30

5675

ATTI

DELLA

SOCIETÀ DEI NATURALISTI

E MATEMATICI

DI MODENA

37

Serie V - Vol. V (LI)

Smithsonian Institution
SEP 13 1921
253274
National Museum.

1919-1920

MODENA
SOCIETÀ TIPOGRAFICA MODENESE
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1920

ATTI

DELLA

SOCIETÀ DEI NATURALISTI

E MATEMATICI

DI MODENA

Serie V - Vol. V (LI)

Smithsonian Institution
SEP 13 1921
253274
National Museum.

1919-1920

MODENA
SOCIETÀ TIPOGRAFICA MODENESE
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1920

ALBO SOCIALE

ELENCO DELLE CARICHE

Anno 1919 - LV della Società.

Presidente

prof. GIUSEPPE LO PRIORE

Vice-Presidenti

prof. LUIGI COLOMBA
prof. TITO BENTIVOGLIO

Segretario

prof. GAETANO BIGNOTTI

Cassiere

prof. ERMENEGILDO REGGIANI

Consiglio di redazione degli « Atti »

IL PRESIDENTE
I VICE-PRESIDENTI
prof. ETTORE RAVENNA
prof. CARLO BONACINI
prof. DANIELE ROSA
prof. EDGARDO TOGNOLI

Anno 1920 - LVI della Società.

Presidente

prof. GIUSEPPE LO PRIORE

Vice-Presidenti

prof. CARLO BONACINI
prof. TITO BENTIVOGLIO

Segretario

dott. GIACOMO G. BASSOLI

Cassiere

prof. ERMENEGILDO REGGIANI

Consiglio di redazione degli « Atti »

IL PRESIDENTE
I VICE-PRESIDENTI
prof. LUIGI COLOMBA
prof. DOMENICO MAZZOTTO
prof. GUIDO BIANCHI
prof. EDGARDO TOGNOLI

ELENCO DEI SOCI

1886 Bentivoglio conte prof. Tito
1896 Rangoni march. dott. Giuseppe
1897 Bonacini prof. cav. Carlo
1899 Sperino prof. cav. Giuseppe
1905 Daccomo prof. cav. Gerolamo
— Forti dott. cav. Achille
— Nicoli prof. cav. uff. Francesco
— Tognoli prof. Edgardo
1906 Bignotti prof. Gaetano
1907 Sforza prof. Giuseppe
1908 Mazzotto prof. cav. Domenico
— Rellini prof. cav. uff. Ugo
1909 Bassoli dott. Gian Giacomo
— Lo Priore prof. Giuseppe
1911 Reggiani prof. cav. uff. Ermenegildo
— Tarozzi prof. Giulio
1912 Ravenna prof. Ettore
— Cuoghi Costantini prof. Luigia
— Zannini prof. Prospero
— Goldoni dott. Ettore
1914 Ronca prof. Vittorio
1915 Colomba prof. Luigi
1916 Del Grosso dott. Mario
— Minozzi dott. Carlo
1917 Vecchi ing. Adolfo
1918 Pantanelli prof. Enrico
1919 Bianchi prof. Guido
— Costantini Alessandro
1920 Daniele prof. Ermenegildo
— Tardini prof. L. Lorenzo
— Battaglia cav. Raffaele
— Figini dott. Guido
— Lunardi dott. d. Adolfo
Istituto di Botanica, Modena
» di Mineralogia e Geologia, Modena
» di Zoologia, Anat. e Fisiol. comp.te Modena

ELENCO

delle pubblicazioni ricevute in cambio nel biennio 1919-20

(L' elenco delle Società corrispondenti trovasi nel volume 1917-18)

ITALIA

AOSTA — Augusta Pretoria
Revue Valdôtaine. A.° I, n. 1.

ID. — Société de la Flore Valdôtaine
Bulletin. N. 13 e 14.

BOLOGNA — R. Accademia delle Scienze
Rendiconti, Classe di Sc. Naturali N. S. Vol. XXI, 1916-17.

CATANIA — Accademia Gioenia di Scienze Naturali
Atti. Anno XCV, Vol. XI.
Bollettino delle Sedute. Ser. II, Fasc. 46-48.

FIRENZE — R. Accademia dei Georgofili
Atti. Anno 166, N. 2-4; Anno 167, N. 1-4.

ID. — Società Entomologica Italiana
Bullettino. Anno L, LI, LII.

GENOVA — Società Ligustica di Scienze Naturali e Geografiche
Atti. Vol. XXX, N. 2-4.

MILANO — R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere
Rendiconti. Vol. LII, f. da 5 a 20; Vol. LIII, f. da 1 a 15.

ID. — Società Italiana di Scienze Naturali e Museo Civico di Storia Naturale
Atti. Vol. LVIII, f. 1-2; LIX, f. 1-2.
Memorie. Vol. IX, fasc. II.

MODENA — R. Stazione Agraria
Le Stazioni Sperimentali Agrarie Italiane. Vol. LIII, f. 1-9.

NAPOLI — Società Naturalisti
Bollettino. Anno XXXII.

PADOVA — Accademia Veneto-Trentino-Istriana di Scienze Naturali
Atti. Ser. III, Vol. X (1917-18-19).

PISA — Società Toscana di Scienze Naturali
Memorie. Vol. XXXII.
Processi Verbali. Vol. 27, d. 3-5; Vol. 28, d. 1-5; Vol. 29, d. 1.

PORTICI — Laboratorio di Zoologia generale e Agraria della R. Scuola Superiore di Agricoltura
Bollettino. Vol. XIII, 1919.

ROMA — R. Accademia dei Lincei
Rendiconti Classe di Sc. fisiche etc., Ser. V, Vol. 28, II sem., f. 1-12; Vol. 29, I sem., f. 1-12; Vol. 29, II sem., f. 1-11.

ID. — R. Comitato Geologico d'Italia
Bollettino. Vol. XLVII.

ID. — Società Zoologica Italiana
Bollettino. Ser. IV, Vol. I, f. 1-11 (1919).

TORINO — R. Accademia delle Scienze
Atti. Vol. LIV, Disp. 1-15.

ID. — Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università
Bollettino. Vol. XXXII e XXXIII.

ID. — R. Accademia di Medicina
Giornale. Anno LXXXII, n. 1-12; Anno LXXXIII, n. 1-6.

ALGERIA

ALGER — Société d'Histoire Naturelle de l'Afrique du Nord
Bulletin. Tom. X, n. 6-9; Tom. XI, n. 1-9.

ARGENTINA

BUENOS AIRES — Sociedad cientifica argentina
Anales. Tom. 87-89.

CORDOBA — Academia Nacional de Ciencias
Boletin. Tom. XVIII, Ent. 4; Tom. XXIII, Ent. 3-4; Tom. XXIV, Ent. 1-2.

AUSTRIA

GRAZ — Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark
Mitteilungen. Bd. 51-55.

WIEN — K. k. Naturhistorisches Hofmuseum
Annalen. Bd. XXIX a XXXIII.

ID. — K. K. Geologischen Reichsanstalt
Jahrbuch Band LXIV, h. 3, 4. Band LXV, LXVI, LXVII e LXVIII.
Verhandlungen 1915-16-17-18.

BELGIO

LIÈGE — Societé Geologique
Bulletin. Vol XL e XLI.

ID. — Société Royale des Sciences
Mémoires. Ser. III, Tom. X.

BRUXELLES — Académie Royale de Belgique
Bulletin de Classe des Sciences, n. 5 a 12 (1914), n. 1 a 8 (1919). Tables generales s. 4.ª (1899 a 1910) s. 5.ª (1911-1914).
Prix fondations etc., Annuaire 1915-1919.

BRUXELLES — Société R. Zoologique et Mal.
Annales. Vol. XLVIII, XLIX et suppl.

DANIMARCA

ODENSE — Naturhistorisk Forening
Videnskabelige Meddelelser. Bind. 70-71.

FRANCIA

PARIS — Société Zoologique de France
Bulletin. Tome XLI, XLII.

COLMAR — Naturhistorische Gesellschaft (Société d'Histoire Naturelle)
Bulletin. N. F. Vol. 13, 14, 15.

GERMANIA

AUGSBURG — Naturwissenschaftlicher Verein für Schwaben und Neuburg (E. V.)
Bericht. 42 (1919).

BERLIN — Botanischer Verein der Provinz Brandenburg
Verhandlungen. 1919.

BONN — Naturhistorischer Verein des preussischen Rheinlande und Westphalens
Verhandlungen. 1913, n. 2; 1914, n. 1-2; 1915, n. 1-2; 1916, n. 1-2; 1917, n. 1-2; 1918, n. 1-2; 1919.
Sitzungsberichte. 1913, 1914, 1916, 1919.

GRAN BRETTAGNA

EDINBURG — Royal Society of Edinburgh
Proceedings. Vol. 38, p. III; 39, p. I; 40, p. I.

ID. — Royal physical Society
Proceedings. Vol. XX, p. IV.

LUSSEMBURGO

LUXEMBOURG — Institut Granducal — Section de Sc. nat., phys. et mat.
Archives trimestrielles. T. IV, V, VII.

MEXICO

MEXICO — Instituto Geológico
Boletin. N.° 18-19 (1919)
Anales. N. 6-9.
Monografies. Vol. II.
Boletin del Petroleo. Vol. VIII, N. 6.

OLANDA

LA HAYE — Archives Néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux
Sér. III C, Tome V, livr. 1.

POLONIA

DANZIG — Schriften d. Nat. Ges.
Tom. III, 1920.
VARSAVIA — Fundamenta Mathematica
Vol. I.

PORTOGALLO

PORTO — Academia Polytechnica do Porto
Annaes scientificos. Vol. XI, n. 1; Vol. XIII, n. 1-3.

ROMANIA

BUCAREST — Academia Românà
Bulletin de la Sect. Scientifique. Anno V, N. 2-6; Anno VI, N. 1-4.

RUSSIA

DORPAT — Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew
Sitzungsberichte. XXV, 1; XXVI, 1-4.
HELSINGFORS — Societas pro Fauna et Flora fennica
Acta. 39-44, 46.
Meddelanden. 40-45.

SPAGNA

BARCELLONA — Junta de Ciencies Naturals
Vol. II, Ser. Zool., N. 8.
ZARAGOZA — Sociedad Iberica de Ciencias Naturales
Boletin. Tom. XVIII, N. 7-8.

STATI UNITI D'AMERICA

BALTIMORE — Johus Hopkius University-Circular
Vhole Number 305 a 320.
NEW-HAVEN — Connecticut Academy of Arts and Sciences
Memoires, VI, 1919.
Transactions. Vol. 21 pp. 145-200; 201-313; Vol. 23, pp. 109-158; 211-241 383-416.

PHILADELPHIA — Zoological Society
Annual Report of the Board of Directors, 1920.
ID. — Academy of Natural Sciences
Proceedings Vol. LXX, p. III; Vol. LXXI, p. I, II e III.
ST. LOUIS — Missouri Botanical Garden
Bulletin. Vol. VII, n. 5-10; Vol. VIII, n. 1-10.
WASHINGTON — U. S. Department of Agriculture
Yearbook. 1918, 1919.
Bulletin n. 794.
ID. — Smithsonian Institution
Annual Report, 1917, 1920.
ID. — U. S. National Museum
Proceedings, Vol. 54, 55.
Bulletin, 99, 100, p. 3, 4, 5, 7; 103, 107, 108, 110, 111.
Contributions from the U. S. National Herbarium. Vol. 20, p. 6; p. 8-9; Vol. 21; Vol. 22, p. 1-3; Vol. 23, p. 1.
URBANA — Illinois University
Biological Monographs. Vol. IV, n. 1-2-3-4; Vol. V, n. 1.

SVEZIA

STOCKHOLM — Entomologiska Föreningen
Entomologisk Tidskrift. Arg. 40, N. 1-2, 4.
UPPSALA — Kungl. Universitet
Bulletin of the Geological Institution. Vol. XVI.

SVIZZERA

BASEL — Naturforschende Gesellschaft
Verhandlungen Band XXIX e XXX.
BERNA — Nat. Ges.
Mitteilungen 1916, 1917, 1918.
LAUSANNE — Société Vaudoise de Sciences Naturelles
Bulletin. N. 196-198, Centenaire.
LUGANO — Società Ticinese di Sc. Nat.
Bollettino, XI-XIV anno.
NEUCHÂTEL — Soc. Neu. de Sc. Nat.
Bulletin, t. XLIII (1917-18).
ZURIGO — Naturf. Gesell.
Vierteljahrsschrift, H. 3 e 4 (1918) e 1-2 (1919).

ALESSANDRO COSTANTINI

Note su Lepidotteri dell' Emilia

In questi stessi *Atti,* vol. XLIV, 1911, pubblicavo, corredata di 2 incisioni abbastanza buone, la descrizione della nuova specie *Hylophila fiorii* m., lepidottero notturno appartenente alla sezione II. degli Eteroceri (s. s.) famiglia XXI. secondo SPULER (*Le farfalle d' Europa*, 1910), molto nota col nome di *Nicteolidi.* Ho saputo in questo frattempo che WARREN, nell' opera di A. SEITZ, ha ridescritto come nuova questa mia stessa specie, ribattezzandola col nome di *hongarica* Warr., e l' ha anche figurata come nuova senza curarsi punto della mia *Fiorii* esaurientemente descritta in latino ed in italiano e ben figurata in ♂ e ♀, in comparazione con la *prasinana* L., e colgo ora l' occasione di queste note per rendere pubblico il fatto e per relegare fra i sinonimi la denominazione superflua e tardiva di *hongarica,* fondata su molti es. ♂♂ e ♀♀ evidentissimamente uguali ai miei, ma provenienti da Herculesbad (Ungheria), che però sono delle eccellenti *Hylophila* (*Chloëphila*) *Fiorii* Cstni, anche se provengono di Ungheria, come è dato a chiunque di rilevare dal contesto dell' opera (edizione francese, pag. 297 del vol. III., parte I. [Fauna palaearctica]; dispensa pubblicatasi a Stoccarda [Germania] il 5 gennaio 1913).

Ringrazio il Sig. D.r U. ROCCI di Genova che, sin dal 1913 (estate) mi rese edotto della coincidenza.... strana e ne ha fatto cenno altresì, incidentalmente, negli *Atti della Soc. ligustica* (vol. XXV, N. 2, pag. 100), e ringrazio il D.r Attilio FIORI che, nel gennaio del 1915, a Bologna, mi permise di accertarmi *de visu* sull' esemplare suo dell' opera di *Seitz* (da me non posseduta) della singolare e pretesa.... novità, che non è dunque punto *hungarica* di scoperta originale e nemmeno.... *hongarica* (sic!) di nome, ma è la *Fiorii* m., autentica!

Io non ho potuto rilevare da me il fatto, essendomi mancati i mezzi per abbonarmi all' opera succitata e poi per il mio precario

stato di salute, che non mi ha permesso più di leggere libri ed atti accademici e riviste, se non raramente e di grande fretta.

Intanto, come prodromo al Catalogo delle farfalle emiliane, voglio qui riportare tutti i dati che ho riunito sino ad oggi su questa famiglia delle *Nicteolidi* ed istituire un nuovo sottogenere

Chloëphila

per la specie da me scoperta nel 1906 e descritta ampiamente nel 1911 a Modena, in confronto delle altre due specie europee *prasinana* L. e *bicolorana* Fuesslin, che già vennero assegnate da SPULER (ex HUEBNER e WALLENGREN) a due generi differenti.

ORDO: **Lepidoptera** (*s. s.*)

SUBORDO: **Heterocera** (*s. l.*)

SECTIO II: ***Heterocera*** (*s. s.*)

Fam. (XXI sec. SPUL.): **NYCTEOLIDAE** (*Cymbidae*).
(Sp. eur. 9; sp. aemil. 7).

1. (1.) Genus: ***Sarothripus*** Curtis, 1824.
(Sp. eur. 2; sp. aemil. 2).

1. (1.) ***revayanus*** Scopoli (J. Ant.) Anno historico - naturalis, Lipsiae, ann. V, 1772; Spuler [1]) vol. II, pp. 124 e 491, tab. 72 fig. 19 b; undulana Hb. [2]) Tortr. 7 (1776); ilicana Fabricius; punctana Hb. Tortr. 9; revayana var. Duponchel [3]) IX, 237, 8.

Specie quercicola, di statura minore, monotona grigio-bruna e per lo più avente i punti neri marcatissimi sulle ali anteriori. — Un po' precoce in confronto alla seguente. Da noi sembra rara, perchè pochissimo raccolta sinora. È quella data da SPULER, sul-

---

[1]) Op. c., Stoccarda, 1910. — Posseduta da me, dal D.r FIORI A. e dal D.r Ercole MANNI.

[2]) Jacob HÜBNER & C. GEYER, *Sammlung europäischer Schmetterlinge.* Augsburg, 1793 - 1841. — Modena, R. Bibl. estense.

[3]) J. B. GODART & DUPONCHEL, *Histoire naturelle des Lépidoptères de France.* Paris, 1821 - 1842. — Bologna, Bibl. della R. Università (via Zamboni).

l'asserto di Klos R. e Meixner A. (op. cit. p. 491) come sp. straordinariamente aberrante.

Montegibbio (colli di Sassuolo), 2. VIII. 12, 1 ♀ al lume. (Coll. mea). Sestola, 16. IX. 18 (Turati leg.).

2. (2.) ***degeneranus*** Hb. Tortr. 8 (1776); Spul. II, pp. 124 e 491, tab. 72 fig. 19 a; dilutana Hb. Tortr. 6; revayana Dup. IX, 237, 6, 7 (var.), 265, 3 a (ab.).

Specie salicicola, di statura maggiore, più variegata di disegno e colorito, ma discretamente costante nelle sue caratteristiche. — È la più comune da noi. È menzionata dal Pozzi [1]) come « non rara nella nostra pianura in primavera, più frequente sul finir dell'estate, fra le siepi ecc. » Raccolta anche dal D.r Fiori e dal D.r C. Minozzi.

Saliceto Panaro (villa Coccapani) VIII. 06, ♀, San Pangrazio (villa Poppi) IX. 06, ♂, Modena (città: muri) X. 06, ♂; Monte Gibbio (colli di Sassuolo in prov. di Modena: pineta Borsari) 29. IX. 10, ♂, 26. VIII., 5. IX. 08, 21. IX. 09, 18. X. 11, ♀ ♀. (Coll. mea).

(2.) Genus: ***Nyctéola*** Herrich-Schaeffer, 1853.
(Sp. eur. 1; sp. aemilianae —).

2. (3.) Gen.: ***Earias*** Hb., 1822.
(Sp. eur. 3; sp. aemil. 2).

1. (1.) ***vernana*** Hb. Vög. 8 (1793); Hb. Tortr. 161; Dup. IX, 237, 5; Spul. II, p. 125, tab. 72 fig. 20.

Montegibbio (fonte del Croce, sugli *Eupatorium*, al crepuscolo) 12. VIII. 09, 1 ♀. (Coll. mea).

2. (3.) ***chlorana*** Linné Fauna Svecica [2]) 343; Hb. Tortr. 160; Dup. IX, 237, 4; Spul. II, p. 125, tab. 72 fig. 21.

È la sp. salicicola che si rinviene piuttosto frequentemente da noi, e venne citata anche dal Prof. Andrea Fiori [3]), come di San Faustino (Modena) del VI. 76, e di Casinalbo (com. di Formigine in prov. di Modena). La precedente abita invece il pioppo (*Pop. alba*, sec. Curò e Spul.) e pare rara.

---

[1]) Pozzi Luigi, *Note lepidotterologiche*. Atti d. Soc. dei Nat., serie III, vol. XI. Modena, 1892.

[2]) Modena, R. Bibl. estense.

[3]) Bull. d. Soc. ent. it. Firenze, a. XII, 1880.

Saliceta S. G. (Modena: paduli, lungo fossati e siepi con salici) 20. VII. 07, dintorni di Modena 15. V. 07, 17. VII. 12 e VIII. 06, al lume; Monte Gibbio 31. V. 08, 18. VIII. 12. (Coll. mea).

3. (4). Genus: ***Hylophila*** Hb., 1822 (*s. l.*).
(Sp. eur. 2; sp. aemil. 2).

1. Subgen.: **Hylophila** Hb. (*s. s.*).

1. ***prasinana*** L. F. Svec. 342; Hb. Tortr. 158; Dup. IX, 237, 2, 3; Spul. II, p. 126, tab. 72 fig. 22, ♂; Costantini, Atti d. Soc. dei Nat. e Matem., Modena 1911, figg. 3, 4, ♂ e ♀.

È sp. delle quercie, del castagno e del faggio. In pianura ed in collina presenta due generazioni, poco distinte fra loro pei caratteri esteriori; nell'alto apennino esce di giugno e luglio soltanto. Dimorfismo sessuale limitato al colorito bianco, anzichè giallo, dell'addome e delle ali post. della ♀; colorito che è poi spesso ancora lavato di verdiccio al margine distale dell'ala ed all'estremità dell'addome, mentre nella sp. seguente anche il disegno, oltrechè il tono del colore fondamentale, è diverso da ♂ a ♀ nelle ali anter. — Annotata dall'Ing. Pozzi (l. c.) come specie di pianura e di montagna, presa da lui a Castelvetro (colli moden.) e nella valle di Riarbero (apenn. reggiano), e dal Fiori a Casinalbo ed a Barigazzo (Frignano: Lama Mocogno). Ai pochi miei dati raccolti su questa bella e rara sp. aggiungo quì quelli favoritimi da Attilio Fiori sulla sua collezione (Bologna, 1911) e dal Conte Turati (i. l., 1919).

Piano: Bosco Bertoni (Lesignana, circond. di Modena) V. 05, un bellissimo ♂ (gen. I) perduto poi [1]) nella vecchia mia casa di Calle di Lucca, in Modena, nell'inverno veniente, 1906; Casinalbo VIII. (gen. II; Fiori leg.);

Colle: San Luca (Bologna) 30. III. 06, ♀ (gen. I; Fiori leg.);

Apennino: Rio Maggiore (Porretta) 27. VI. 07, ♂ (Fiori leg.), Sestola (Frignano) fine VI. 19 (Turati leg.); Monte Valestra (Reggio-Emilia) 12. VII. 14, ♀, S. Geminiano dell'Alpe (Frassinoro, frazione di Piandellagotti) 23. VII. 09, ♀. (Coll. mea).

2. Subgenus: **Chloëphila** m., novum.

♂ & ♀ ex colore atque signatura in alis ant. & post. dimorphi; ex palpi ♂ & ♀ porrecti valde longioribus et ex villi frontali et capitis diversis de Hylophila *satis distinguendum.*

---

[1]) Nel maneggiare cassette irrazionali, com'erano le mie di allora!

2. *fiorii* Costni Atti della Soc. d. Nat. e Matem. in Modena, serie IV, vol. XIII, a. XLIV, 1911, pp. 81-84, figg. 1, 2, ♂ e ♀; hongarica E. Warren in Seitz, Les Macrolép. du Globe, pars. I, vol. III, p. 297, tab. 53, K 7-8, ♂ e ♀ (5. I. 1913).

Raccolta da me nell'estate del 1906 in parecchi ♂♂ e ♀♀ col lume, nella zona dei pozzi artesiani (chiamata anche dei paduli, che dalle porte a Sud di Modena per villa SS. Faustino e Giovita giunge alla Saliceta di S. Giuliano) e precisamente in un fondo di ragione Golini, all'altezza del mulino della Rosta, venne presa di poi (o forse meglio *allevata*) come ho detto, ad Herculesbad, in Ungheria, in « 3 dozzene di ♀♀ e più che una dozzena di ♂♂ », che corrispondono in tutto e per tutto agli es. modenesi e briantei da me citati nella nota originale. — Il Turati l'aveva in collezione da molti anni della sua villa del « Soldo » in Alzate di Brianza (Lombardia) in un paio, ♂ e ♀, evidentemente negletti con le *prasinana* o le *bicolorana,* e fu messo sull'avviso da una mia lettera, che gli scrissi nel 1911 (in atti miei privati) in cui gli parlavo di una nuova sp. che stavo per pubblicare. Eccezione all'abitato emiliano di villa S. Faustino di Modena più sopra citato, per questa sp., fa un ♂ da me preso (sempre all'acetilene) nell'estate stessa del 1906, stando sul belvedere coperto della Villa Poppi (ora Guidelli) in San Pangrazio, presso il Ponte Alto di Secchia, a 4 Km. da Modena, ed un ♂ preso dal D.r Attilio Fiori alla luce elettrica di casa (viale Aldini — Bologna) il 5. IX. 14. — Siccome dei pochi duplicati che avevo disponibili di questa sp. ho fatto a suo tempo donazione di 1 ♂ e 1 ♀ a Luppi e di 1 ♀ al D.r Fiori, posso ritenere che nelle collezioni italiane, con esemplari italiani, la presente specie è, probabilmente, ancora oggi così distribuita e rappresentata:

1 ♂ e 1 ♀	buoni in collez. Turati — Milano;
1 ♂ e 1 ♀ 2 ♂♂	buoni in collez. mia — Reggio-Emilia (e 2 ♂♂ duplicati);
1 ♂ e 1 ♀	discretam. buoni in collez. C. Luppi — Modena;
1 ♂ e 1 ♀	(il solo ♂, fresco) in collez. Fiori — Bologna;
1 ♂	logoro ex collezioncella Cambi (molto muffita) in Modena, che probab. è andato distrutto.

Totale: 7 ♂♂ e 4 ♀♀, di cui 3 ♂♂ e 3 ♀♀ raccolti da me, nel 1906.

Non ripeto le date ed i pochi luoghi emiliani di cattura: è sp. piuttosto circoscritta al piano ed al colle e le sue generazioni annuali quì paiono essere *due,* se s'è presa di giugno (1906, Saliceta S. G., da me) e poi di settembre, fresca, alle falde dei colli (1914, sotto all'Osservanza di Bologna, da Fiori); e ciò in contrario a quel che avevo creduto dapprima (l. c., 1911). Osserverò piuttosto, che una ♀, la più bella e che m'è servità come *tipo* nella descrizione e nella fotografia, ricordo che andò al miele sul tronco di un albero lungo un fossetto di carico di un lavatojo (fiancheggiato da *salici*) in S Faustino, in una sera dell'agosto del 1906.

Sarebbe stato ancor meglio certo, il conoscere ed allevare *ab ovo* od *ex larva, noi* per i primi, questa bella sp. e descriverne per esteso l'ontologia!....

4. (5.) Gen: ***Chloëphora*** H. D. Wallengren.

1. ***bicolorana*** Fuesslin Verz. der ihm bekannten Schweizerischen Insekten, Zürich e Winterthur, 1775, p. 41; Hein. [1]) 598; quercana Schiff. (1776); Hb. Tortr. 159; Dup. IX, 237, 1; bicolorana Spul. II, p. 126, tab. 72 fig. 26; Costni Atti d. Soc. Nat. e Matem., serie V, vol. III, Modena, 1916, p. 17.

È questa prettamente quercicola. La prima gen. dà begli esemplari grandi (41 mm. e più d'espansione alare) e con le frangie normalmente bianchissime, senza traccia di color rosa o fulvo. Quelli della 2.ª, che schiudono per solito d'agosto e settembre, sono tutti più piccoli di molto ed offrono il carattere della intercettatura rosea o ferruginosa delle frangie, molto spiccato, che li fa sembrare piccole ♀ ♀ di *prasinana* o d'altra sp., a primo aspetto. Io ho chiamato questa nostra gen. emiliana estiva-autunnale col nome di *intersectana* (l. c.), nel 1916, quantunque nella collez. Fiori l'avessi casualmente scoperta sino dal 1911, a Bologna. Il nome, ad ogni modo, denota bene la caratteristica ed a doppia ragione và mantenuto. (Fa eccezione nella 1.ª gen. della sp. una ♀ del 30. V. 07, presa dal Fiori a Bologna, la quale offre un accenno alla pezzatura fulva delle frangie, di cui ho fatto testè parola). — Il bordo interno dell'ala anter., nelle *intersectanae*, può essere poi giallo o giallo rossiccio o rimanere candido, unicolore, come quello della forma vernale. — Nè Spuler nè altri autori europei transalpini fanno

---

[1]) H. Heinemann & M. F. Wocke, *Die Schmett. Deutschl. u. der Schweiz.* Brunsviga, 1859-76. — Modena. Bibl. Museo zool. R. Università.

cenno di una 2.ª gen. di questa sp., nè del dimorfismo proprio della nostra var., non stata rilevata, credo, nemmeno in *autori* italiani. — SPULER dice anzi la *bicolorana* una sp. *molto costante,* pei caratteri.

Colle: Bologna, 30. V. 07, ♀ (gen. I: trans. ad *intersectanam* m., ex fimbria subareolata tantum: non ex statura etc. — FIORI legit); Monte Gibbio (Modena) 6. VI. 09, ♂, 7 e 11. VI. 07, ♀ ♀ (gen. I; coll. mea); Bologna (Osservanza) 18 VIII. 14, ♂, 29. VIII. 11, ♂ ♂, 5. IX. 14, ♀ (gen. II: cunctae *intersectanae* Costni, typicae; FIORI legit).

Microlep. nuovi per la Fauna italiana.

Crambus paludellus Hb. (- a) 452-3; Spul. II, p. 191 tab. 81 fig. 26.

Hab. sec. Stgr. & Rbl. (Cat. palaearct.) et Spul.: Germania septentr., Batavia, Anglia, Austria, Hungaria, Halicia, Rumania e Rossia m.

Monte Gibbio, 23. VII. e 5. VIII. 08, (fonte del Croce, alla lamp. acetil.) ♀ ♀ (7, 8 in coll. meam). A me determ.

Crambus salinellus Tutt The Entomologist 1887 p. 56; Spul. II p. 192; inquinatella Hb. 442 (♀).

Hab. u. s.: Anglia et Germania sept. tantum.

Modena (villa SS. Faustino e Giovita) VIII. 06, ♂ ♂ (14-15 in coll. mea), S. Pangrazio (villa Guidelli) IX. 06, ♀ ♀ (20, 21 e 22 in coll. meam). TURATI determ.

Schoenobius gigantellus Schiffermueller Syst. Verz. 135; Hb. 35; Spul. II. p. 199.

Hab. u. s.: Europa centr., Rossia m., Suecia, Fennia, Tura, China or.

Modena (prati ville suburbane, al lume d'acetil.) 15. V. 07, ♀ (63 in coll. mea), 24. V. 08, ♂ (4 in coll. meam). TURATI determ.

Myelois millierella Ragonot Monographie des Phycitinae e Galleriinae I, S. Petersbourg, 1893, p. 45 tab. 5 fig. 8.

Hab. sec. Staudinger & Rebel (sed dubia erat sp., a Spulerio neglecta): Gallia mer. or.

Monte Gibbio (al « Monte » sul fosso Croce, all'acetilene) 19. VI. 07, ♂ (N.° 1 in coll. meam). Certe est bona sp.: TURATI 1917 determ.

Withesia pallida Stephens Ill. IV, 300; Hein 43; Spul. II p. 225.

Hab. sec. Stgr. & Rbl. et Spul.: Europa centr., Livonia, Hispania sept. e or.

Saliceta S. G. (Modena) IX. 06 (96, 97 in coll. meam). TURATI determinavit.

Capua reticulana Hb. 271; Spul. II p. 246 tab. 83 fig. 32, ♂.

Hab. u. s.: Europa centr., (except. Anglia e Batavia) et septentr. (except. reg. polare), Rossia m. or.

Saliceta S. G. (Modena) IX. 06, ♂ (306 in coll. meam). A me determinata.

Pandemis cinnamomeana Treitschke Die Schm. VIII, 67, X, 3, 60; Hein 36; Spul. II p. 249.

Hab. u. s.: Europa centr. (exc. Batavia), Suecia, Rossia occid.

Saliceta S. G. (Modena) VIII. 06, ♀ (297 in coll. meam). TURATI determ.

Evetria retiferana Wocke Breslauer ent. Zeit. 1879 p. 73; margarotana Hein. 95; Spul. II p. 264.

Hab. u. s.: Silesia, Gallia centr., Scotia. (Jap. ?).

Monte Gibbio (pineta) 18. IV. 09, ♂♂, ♀♀ (324-5-6 in coll. meam). TURATI determ.

Notocelia rosaecolana Doubleday Zool. 1849, 2364; ib. 1850 App. 106; Spul. II p. 279, tab. 86 fig. 9.

Hab. sec. Stgr. & Rbl. (Cat. ed. 1901) et Spul.: Anglia, Germania, Austria infer., Jutlandia, Tura.

Reggio-Emilia (ex larva in Crataegu) 11. VI. 19, ♀ (1038 in coll. meam). A me determ.

Simaethis pariana Clerck Icones insectorum 10, 9; Hb. Tortr. 1, 2; Spul. II p. 297, tab. 87 fig. 2.

Hab. u. s.: Europa centr., Balcania, Bithinia, Tura.

San Faustino (Modena) IX. 06, (269 in coll. meam). A me determ.

Narycia monilifera Geoffroy-Fourcroy Entomologia Parissiana II. p. 325; Hein. 35; Spul. II p. 456, tab. 91 fig. 33.

Hab. u. s.: Europa centr., Dalmatia septentr., Sarepta (Rossia s. or.).

Reggio-Emilia 25. V., 2. VI. 19. (1192, 1123 in coll. meam). A me determ.

Blabophanes monachella Hb. 143; Spul. II p. 463, tab. 91 fig. 15.

Hab. sec. Stgr. & Rbl. et Spul.: Germania, Austria, Halicia, Anglia, Batavia, Rumania, Labrador.

Saliceta S. G. (Modena) IX. 06, Reggio-Em. 16. IX. 17, 13. VIII. e 4. IX. 19 (359 in coll. meam). A me determ.

Erebia goante Esp. var. rosæ Cstni.

Atti d. Soc. Nat. e Matem., Modena, 1916. — Ut sequitur distincta, et certe a formæ alpinæ aliquantum diversa:

Minor, alis magis rotundatis, obscurioribus; supra, al. super. spatio fulvo-brunneo ad ocellum apicalem latiore, analiter angusto, parte mediana basim-versus lene curvo-conterminato, non angulato; alis post. fascia badia exigua. — Subtus, al. posticis magis nigrescentibus, tenuissime albo-variegatis; al. ant. colore badio-brunneo intensiore. Ocello apicale alar. anter. conspicuo. — Var. unam est, omnis aliis varietatis apenninorum *Erebiarum* analoga et parallela: de *valderiensis* Vrty & *apenninigena* Vrty etiam diversa: *rosæ* Cstni.

Reggio-Emilia, 8 settembre 1919.

BENTIVOGLIO Dott. TITO

Libellulidi dei dintorni di Sarzana

Nel luglio ed agosto 1918 ebbi occasione di fare varie escursioni nei dintorni di Sarzana, allo scopo di raccogliere libellulidi in quella zona non ancora esplorata sotto questo riguardo.

Il numero delle specie raccolte non è grande, pure credo utile pubblicarne l'elenco per portare un nuovo contributo alla conoscenza della distribuzione in Italia di questi insetti:

1. **Diplax sanguinea** Müll.

Alcuni individui dei due sessi furono catturati il tre agosto lungo il canale irrigatorio, nei pressi del Camposanto di Sarzana.

Questa specie assai diffusa in molte parti d'Italia e nelle isole non sembra molto comune nei dintorni di Sarzana non avendola trovata che in una sola località.

2. **Libellula depressa** L.

Una femmina trovata presso il sottopassaggio della ferrovia Sarzana-Spezia, nella strada per Lerici, presenta gli ultimi tre anelli dell'addome coperti da polvere bleu come nei maschi, carattere che qualche volta si osserva appunto come eccezione nelle femmine di questa specie. Tal cosa fu per la prima volta, in Italia, osservato dal Dei in esemplari catturati a Monte Amiata [1]).

Questa specie comune in tutte le parti d'Italia si presenta normalmente in primavera e solo nelle regioni elevate sul mare in estate, quindi è rimarchevole che ancora in agosto se ne trovi un'esemplare in questa località.

---

[1]) Dei A. *Una varietà della Libellula deoressa.* Nel periodico « Il Possidente »; I, 17. Siena 1877.

3. **Libella coerulescens** Fab.

Tanto nel luglio che nell'agosto ho osservata questa specie abbastanza frequente nei fossati che fiancheggiano la strada per Lerici poco oltre il Ponte del Magra.

4. **Libella brunnea** Fons.

Questa specie è assai comune ed è diffusa così che ne ho potuto osservare nel luglio ed agosto nell'argine del canale presso il Camposanto di Sarzana, nei fossati lungo la strada per Lerici ed in quelli presso la foce di Magra.

5. **Crocothemis erythraea** Brull.

Alcuni individui di questa specie ho osservati nel canale presso il Camposanto, e due maschi, presso un piccolo bacino di acqua stagnante alla foce di Magra.

6. **Onychogomphus forcipatus** L.

Un solo maschio ho catturato il 12 agosto nel canale presso il Camposanto di Sarzana.

7. **Calopteryx splendes** Har.

Abbastanza frequente lungo il Magra e nei canali che si trovano nei dintorni della città.

8. **Calopteryx haemorrhoidalis** Vander.

Alcuni esemplari di questa specie, prevalentemente maschi, ho osservato nell'agosto in un fossato lungo la strada di Lerici, presso il Romito.

9. **Lestes barbara** Fabr.

Un solo maschio di questa specie ho catturato il, 14 agosto, lungo il Magra presso il ponte della ferrovia Sarzana-Spezia.

10. **Platycnemis pennipes** Pull.

Abbondantissimo sulle piante pallustri nei punti ove le acque del fiume Magra fanno piccoli stagni lungo le sponde del fiume stesso, specialmente nel tratto compreso fra il ponte della ferrovia e quello della carrozzabile Sarzana-Lerici.

Nei molti individui catturati durante il mese di agosto, ho potuto osservare i vari passaggi di colorazione dell'addome, dal bianco

all'azzurro, ed il vario sviluppo delle macchie addominali, ciò che conferma ancora una volta le osservazioni da me fatte in precedenti lavori [1]) sull' inesistenza delle due varietà attribuite a questa specie.

11. **Platycnemis latipes** Camb.

Un solo maschio di questa specie ho trovato il 10 agosto nella località sopra indicata.

Questa specie è poco comune in Italia non essendosi rinvenuta fino ad ora che nel Tirolo meridionale, a Padova, Modena ed in Corsica, la sua cattura a Sarzana presenta quindi un certo interesse.

12. **Agrion najas** Haus.

Pochi individui di questa specie ho trovato nel canale presso il Camposanto.

13. **Agrion minium** Har.

Pochi esemplari ho catturato il 16 agosto nei canneti del Magra non lungi dalla foce.

14. **Agrion elegans** Vander.

Questa specie è assai comune in tutte le località, dei dintorni di Sarzana, ove trovasi acqua stagnante o semi stagnante. Assieme ai molti individui della forma tipica ho trovato alcune femmine della varietà *auranziacea*.

15. **Agrian Lindenii** Selys.

Due soli individui di questa specie ho catturati il 14 agosto lungo il Magra poco sotto al Ponte della carrozzabile Sarzana - Lerici.

Tutte queste specie, tranne che la *Platycnemis latipes* furono da me già trovate anche nella provincia di Massa Carrara, nel territorio cioè limitrofo a Sarzana.

---

[1]) Vedi: « Atti di questa Società » Anno 1897, 1900; « Monitore Zoologico », 1902.

DANIELE ROSA

Lista di Oligocheti del Modenese

Il D.r Leopoldo Chinaglia (gloriosamente caduto nella recente guerra) aveva pubblicato nel 1912 un « Catalogo sinonimico degli Oligocheti d'Italia » (10) nel quale sono elencate come trovate nel Modenese solo 10 specie di Oligocheti.

Colla presente nota io porto questo numero a 29; l'aumento è dato da una serie di specie, sopratutto di lumbricidi, che io avevo determinate durante il mio primo soggiorno a Modena (1901-1905) ma che non avevo mai pubblicate e da alcune specie già segnalate pel Modenese ma non ricordate nel suddetto « Catalogo ». Queste ultime consistono in un discodrilide segnalato da L. Picaglia (1) già nel 1877, in un lumbricide da me segnalato (9) nel 1906 ed in varii enchitreidi raccolti nei dintorni di Modena da Raffaele Issel quando egli era mio Aiuto in quella Università e da lui indicati in lavori (3 e 5) che pel loro carattere speciale sfuggirono all'esame del D.r Chinaglia.

Si giunge così alle seguente lista: (V. Aggiunta, pag. 17).

Enchytraeus Bucholzi.
Marionina glandulosa.
Bucholzia appendiculata, fallax.
Henlea ventriculosa.
Fridericia bulbosa, striata, gamotheca, paroniana, viridula.
Branchiobdella astaci.
Haplotaxis gordioides.
Criodrilus lacuum.
Helodrilus (Eiseniella) tetraedrus.
» *(Eisenia) foetidus, roseus.*
» *(Allolobophora) caliginosus, cuginii, chloroticus.*
» *(Dendrobaena) subrubicundus.*
» *(Eophila) antipae, nematogena.*
» *(Bimastus) constrictus, minusculus.*
Octolasium lacteum, transpadanum, complanatum.
Lumbricus rubellus, terrestris.

Questa lista di Oligocheti del Modenese è certamente ancora molto incompleta; manca qualsiasi dato su parecchie famiglie inferiori (Aclosomatidi, Naididi, Tubificidi, Lumbriculidi), ma anche di Lumbricidi si dovrà trovare un molto maggior numero di specie. Nuove ricerche sono molto desiderabili tanto più che fra gli Oligocheti finora noti del Modenese parecchi non sono ancora stati ritrovati altrove, come le *Fridericia paroniana, viridula* e *gamotheca* e gli *Helodrilus nematogena* e *Cuginii*, mentre altre specie sono state trovate finora in una sola località fuori del Modenese e precisamente lo *Helodrilus minusculus* a Livoruo e lo H. *Antipae* a Jassy nella Dobrugla.

Ecco ora indicazioni più ampie sulle specie sopra elencate (*).

Famiglia Enchytraeidae.

Enchytraeus Bucholzi Veydovsky

Loc. Modena. Issel (5).

Marionina glandulosa Michaelsen

Loc. Modena Issel (5), p. 58.

Bucholzia appendiculata (Bucholz)

Loc. Modena S. E. (sotto le foglie maruscenti lungo il Panaro). Issel (2). Cfr. anche Chinaglia (10).

Bucholzia fallax Michaelsen

Loc. Modena. Issel (5), p. 50 (2.ª dell'estratto).

Henlea ventriculosa (D'Udekem)

Loc. Modena. Issel (3 e 5).

Fridericia bulbosa (Rosa)

Loc. Modena. Issel (3 e 5).

Fridericia striata (Levinseu)

Loc. Modena. Issel (5).

Non segnata fra le specie italiane da Chinaglia (10).

(*) Per facilitare i confronti, ho seguito la nomenclatura adottata dal Chinaglia nel suo « Catalogo » (10). Per gli oligocheti superiori ho aggiunto qualche sinonimo destinato sopratutto a facilitare la ricerca delle descrizioni nella mia revisione dei lumbricidi. (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino 1893). Ho notato di quali specie sono conservati esemplari nel Museo di Modena, si tratta sopratutto di lumbricidi. Ricordo che molti di questi sono stati donati al Museo dal nostro Socio Marchese Giuseppe Rangoni.

Fridericia gamotheca Issel

Loc. Modena. Issel (4). Cfr. Chinaglia (10).

Fridericia paroniana Issel

Loc. Modena. Issel (2). Cfr. Chinaglia (10).

Fridericia viridula Issel

Loc. Modena. Issel (2). Cfr. Chinaglia (10).

Fam. Discodrilidae.

Branchiobdella astaci Odier = *Astacobdella Roesetii* Diesing

Loc. Modena. Picaglia (1). Non è escluso che si tratti invece della *Br. pentadenta* Whitman; del resto, rimane un po' dubbia la distinzione di queste due specie.

Fam. Haplotaxidae.

Haplotaxis gordioides (Hartmann) = *Phreoryctes menkeanus* Hofmeister.

Loc. Modena, da un pozzo. [Museo di Modena].

Questa specie non è elencata fra le italiane dal Chinaglia (10); tuttavia essa deve esser diffusa in tutta la vallata del Po. Io ne ebbi un esemplare da Parma [Museo di Modena] donato dal Prof. Andres e ricordo che nei pozzi di Torino essa fu talora così abbondante che ne parlarono le gazzette locali.

Fam. Glossoscolecidae.

Criodrilus lacuum Hofmeister

Loc. Saliceta Panaro. Ebbi questi esemplari dal D.r L. Picaglia [Museo di Modena].

Fam. Lumbricidae.

Helodrilus (Eiseniella) tetraedrus Savigny, forma *tipica*, = *Allurus tetraedrus* (Sav.).

Loc. Modena [Museo Modena].

Helodrilus (Eisenia) foetidus (Savigny) = *Allolobophora foetida* (Sav.).

Loc. Modena, Spilamberto, Cavezzo, Maranello. [Museo Modena]

Questa specie fu già segnalata, per l'Emilia, a Bologna; cfr. Chinaglia (10).

Helodrilus (Eisenia) roseus (Savigny) = *Allolobophora rosea* (Sav.).

Loc. Modena [Museo di Modena]; già segnalata, per l'Emilia, a S. Faustino (Modena) ed a Reggio. Cfr. Chinaglia (10).

Helodrilus (Allolobophora) caliginosus (Savigny)

Loc. Modena, Maranello [Museo Modena]; già segnalata, per l'Emilia, a Reggio. Cfr. Chinaglia 10.

Tutti i miei esemplari erano della subsp. *trapezoides* che è prevalentemente (in Europa) meridionale e che io propendo a credere sia una specie distinta.

Helodrilus (Allolobophora) Cuginii (Rosa)

Loc. Vaciglio presso Modena [Museo Modena], non ritrovata sinora altrove benchè descritta già nel 1905.

Helodrilus (Allolobophora) chloroticus (Savigny).

Loc. Modena [Museo Modena]; già stata segnalata, per l'Emilia, a S. Faustino (Modena) ed a Reggio. Cfr. Chinaglia (10).

Un esemplare di questa specie, pure di Modena [Museo Modena] ha i caratteri della forma da me descritta nel 1882 (Atti Accad. di Torino) come n. sp. (*Allolobophora neglecta*) su esemplari dei dintorni di Siena. È forse una semplice aberrazione individuale.

Helodrilus (Deudrobacna subrubicundus) (Eisen) = *Allolobophora subrubicunda* Eisen.

Loc. Orto Botanico di Modena [Museo di Modena].

Helodrilus (Eophila) Antipae (Michaelsen) = *Allolobophora Antipae* Michaelsen.

Loc. Dintorni di Modena; segnalata, fuori di questa località, solo a Jassy nella Dobrugia. Questa sp., da me segnalata nel 1906 per Modena (9) non figura nel catalogo del Chinaglia (10).

Helodrilus (Eophila) nematogena (Rosa) = *Allolobophora (Eophila) nematogena* Rosa.

Loc. Modena, non rara [Museo Modena]; questa specie non è ancora stata ritrovata altrove sebbene io l'abbia descritta già nel 1903 (6) e sia forma abbastanza grossa e facilmente riconoscibile.

Helodribus (Bimastus) constrictus (Rosa) = *Allolobophora constricta* Rosa.

Loc. Maranello [Museo Modena].

Helodrilus (Bimastus) minusculus (Rosa) = *Allolobophora minuscula* Rosa.

Loc. Modena [Museo di Modena]; questa sp. da me descritta nel 1905 su esemplari di Modena fu poi ritrovata anche a Livorno.

Octolasium lacteum Orley = *Allolobophora profuga* Rosa.

Loc. OrtoBotanico di Modena. [Museo Modena].

Octolasium transpadanum (Rosa) = *Allolobophora transpadana* Rosa.

Loc. Modena (dintorni e Orto Botanico), Vaciglio e Maranello [Museo di Modena]. Fu già segnalata, per l'Emilia, anche a Reggio. Cfr. Chinaglia (10).

Octolasium complanatum (Dugès) = *Allolobophora complanata* (Dugès).

Loc. Orto Botanico di Modena [Museo di Modena]; già segnalata, per l'Emilia, a Reggio e a Bologna. Cfr. Chinaglia (10).

Lumbricus rubellus Hofmeister

Loc. Modena, Vaciglio e Maranello [Museo Modena]; già segnalata, per l'Emilia, a Reggio e Bologna. Cfr. Chinaglia (10).

Lumbricus terrestris Lin. Müller = *L. herculeus* (Savigny).

Loc. Modena [Museo di Modena]; già noto, per l'Emilia, da Bologna. Cfr. Chinaglia (10).

Aggiunta. Da note gentilmente comunicatemi dal Prof. L. Cognetti risulta che egli ha trovato nel Modenese (S. Faustino) anche il *Tubifex* (*T.*) *tubifex* Müll. (Fam. *tubificidae*, da preporsi alla fam. *enchytraeidae*.

Le specie di Oligocheti noti pel Modenese salgono così a 30.

BIBLIOGRAFIA OLIGOCHETOLOGICA DEL MODENESE E REGGIANO

Discodrilidi.

(1) 1877. Picaglia L., I discofori del Modenese (Annuario Soc. Naturalisti Modena), vol. XI. Segnala l'*Astacobdella Rocselii* = *Branchiobdella astaci.*

Enchitreidi.

(2) 1904. Issel R. Due nuove *Fridericie* (Atti Soc. ligustica sc. nat., vol. 25). Descrive le n. sp. *Fr. paroniana* e *viridula* e ricorda da Modena la *Bucholzia appendiculata.*

(3) 1904. Issel R. Sui rotiferi parassiti degli enchitreidi (Archivio zoologico, vol. I, Napoli). Segnala a Modena la *Henlea ventriculosa* e la *Fridericia bulbosa* come ospiti della n. sp. di rotifero *Balatro anguiformis.*

(4) 1905. Issel R. Un enchitreide ad ampolla spermatecale unica (Atti Soc. Natur. e mat. Modena). Descrive la n. sp. *Fridericia gamotheca.*

(5) 1905. Issel R. Contributo allo studio dei pigmenti e linfociti. (Archivio di fisiologia, vol. 3, Firenze). Enumera nella 2.ª pagina parecchie specie di enchitreidi (modenesi!) che servirono al suo studio, cioè *Henlea ventriculosa, Enchytraeus Bucholzi* e *fallax, Marionina glandulosa, Fridericia bulbosa* e *striata.*

Lumbricidi.

(6) 1903. Rosa D. L'*Allolobophora* (*Eophila*) *nematogena* n. sp. e i suoi speciali linfociti. (Atti Soc. natur. e mat. Modena sez. IV, vol. 5).

(7) 1905. Rosa D. L'*Allolobophora minuscula* n. sp. (Ibid. ser. III, vol. 7).

(8) 1905. Rosa D. Descrizione dell'*Allolobophora Cuginii,* n. sp. di lombrico del Modenese (Ibid. ser. IV, vol. 7).

(9) 1906. Rosa D. Sui nefridii con sbocco intestinale comune dell'*Allolobophora Antipae.* (Arch. zoologico, vol. 3, Napoli).

Oligocheti in genere.

(10) 1912. Chinaglia L. Catalogo sinonimico degli Oligocheti d'Italia (Boll. Mus. zool. di Torino, vol. XXVII). Con ampia bibliografia e sinonimia.

BENTIVOGLIO Dott. TITO

Nuove osservazioni sui Libellulidi della Sardegna

Mio fratello Giulio, ufficiale sanitario nella R.ª Marina, mi inviò tempo fa alcuni libellulidi raccolti, nel 1917, alla Maddalena ed in Sardegna, da alcuni giovani studenti della R.ª Scuola Tecnica di Maddalena e da un infermiere della R.ª Marina.

Esaminata la collezioncella, ho constatato la presenza di sette specie delle quali due nuove per la fauna sarda; per questo credo bene pubblicarne l'elenco.

Le specie osservate sono:

1. **Diplax vulgata** L.

Molti individui di questa specie furono raccolti dal Sig. Giovanni Orecchioni negli stagni presso il torrente Lisandro, in località denominata Luogo Santo (circondario di Tempio). Questa specie fu già segnalata a Calagone ed Oristano dal prof. Costa[1]).

2. **Diplax meridionalis** Selys.

Pochi individui di questa specie furono catturati, assieme alla precedente, dal Sig. Orecchioni.

3. **Libella coerulescens** Fab.

Pochi esemplari furono presi dall' infermiere Macciò nello stagno Ragnedda (Tremonti).

---

[1]) Costa A., *Geofauna Sarda.* — Memoria seconda. — Atti Acc. d. Sc. di Napoli, 1883.

4. **Libella brunnea** Fons.

Due soli maschi figurano nella collezione; furono catturati dal Sig. Orecchioni negli stagni presso il torrente Lisandro in Luogo Santo.

5. **Caloperyx haemorrhoidalis** Vander.

Vari esemplari di questa specie furono trovati dal Sig. Orecchioni negli stagni presso il torrente Lisandro, ed altri dal Sig. Brandano Agostinangelo nelle vicinanze di un ruscello in proprietà « Larco » frazione Bassacutena, nel circondario di Tempio.

6. **Lestes nympha** Selys.

Tre individui furono catturati il 18 giugno alla Maddalena a Cala Camiciotto

Questa specie che trovasi in varie località d'Italia ed in Sicilia, non fu prima d'ora indicata fra quelle osservate nella Sardegna.

7. **Lestes sponsa** Hans.

Un solo maschio di questa specie fu catturato nello stagno Litareddu (Tremonti) dall'infermiere Sig. Macciò.

Questa specie, a tipo prevalentemente settentrionale, fino ad ora era stata osservata nell'Italia settentrionale e centrale, mai nelle isole. La sua presenza in Sardegna ha quindi un certo interesse.

Con questo nuovo elenco il numero delle specie riscontrate nella Sardegna viene portato a trentasette.

Dott. MARIO DELGROSSO

Sulla bismutosferite di Brosso

Avendo avuto occasione di esaminare degli esemplari della bismutinite di Brosso descritta da E. Artini [1]), ho potuto osservare sopra alcuni cristalli di detto minerale un ricoprimento di tinta bianca con lucentezza sericeo-madreperlacea. Questo ricoprimento esaminato al microscopio si presenta formato da un deposito microlamellare nel quale le laminette sono isolate o riunite in aggregati radiali. Analogo ricoprimento ho potuto osservare anche nella cavità interna che presentano alcuni cristalli della suddetta bismutinite aventi l'aspetto di prismi cavi a forma tubulare. In questo secondo caso però il ricoprimento si mostra formato da una successione più o meno fitta di microscopiche sferettine bianche e lucenti. Queste sferettine esaminate al microscopio presentano una struttura interna lamellare radiata e le laminette che le formano appaiono identiche a quelle del deposito prima ricordato. A causa della esiguità di questi ricoprimenti non mi fu possibile separarne una quantità sufficiente per una completa analisi chimica e dovetti quindi limitarmi a eseguire su di essi dei semplici saggi qualitativi microchimici.

Sottoposto all'azione dell'acido cloridrico diluito il primo ricoprimento si discioglie con effervescenza lasciando un piccolo residuo lamellare, inattaccabile dagli acidi cloridrico e nitrico anche concentrati e caldi, e che dal comportamento al microscopio ritengo poter qualificare come talco. Nella soluzione ottenuta potei determinare chiaramente la presenza del bismuto mediante la reazione microchimica col cloruro di cesio e ioduro potassico, ottenendo una evidente ed abbondante formazione dei caratteristici cristallini esagonali rossi di ioduro doppio di bismuto e cesio. Le sferoliti bianche sotto-

[1]) E. Artini, *Bismutinite di Brosso.* Rend. Acc. dei Lincei, Roma, XXIV, 5.ª serie, 1915.

poste ad uguale trattamento mi diedero risultati identici senza però lasciare nessun residuo insolubile. Inoltre, tanto per il primo ricoprimento, quanto per le sferettine, il saggio per determinare la presenza dell'acqua mi diede risultato negativo.

Da questo complesso di osservazioni ritenni poter concludere che la natura chimica del deposito microlamellare è uguale a quella delle sferoliti, e che il composto da me esaminato è un carbonato anidro di bismuto, che può essere considerato come Bismutosferite. Secondo il Dana[1]) infatti questo minerale si presenta appunto in forme sferoidali a struttura radiale-concentrica ed è costituito da un carbonato basico di bismuto, privo di acqua, al quale il detto autore assegna la composizione $Bi_2(CO_3)_3 . 2 Bi_2O_3$, che però sarebbe forse meglio rappresentata dalla formula $Bi_2O_2(CO_3)$ più corrispondente al vero e proprio carattere di sale basico e alla tendenza del bismuto a formare sali di detto tipo.

Riguardo al modo di presentarsi del minerale da me esaminato in relazione con gli altri minerali del giacimento ricorderò che, secondo le osservazioni di Artini[2]), la bismutinite a Brosso « si presenta in aggregati bacillari o in prismi di singolare nitidezza che possono raggiungere dimensioni relativamente cospicue (oltre 10 centimetri di lunghezza per 15 mm. di larghezza) freschissimi interclusi in una massa di siderite spatica entro alla miscela caratteristica del cantiere Salvere di pirite ed ematite scagliosa, con calcopirite, pirrotite, sfalerite e magnetite come accessori ».

È da notare però che allontanandosi da queste parti della formazione metallifera il tipo cambia; la massa è sempre costituita di siderite, ma questa tende a modificare i suoi caratteri risultando costituita, invece che da masse spatiche, da aggregati molto fitti di romboedri a facce curve strettamente stipati gli uni contro gli altri; l'ematite è ancora abbondante, essendo però limitata alle immediate vicinanze della bismutinite ai cui cristalli forma come un contorno di spessore più o meno grande. Ne consegue che in dette parti l'ematite viene ad essere per la sua quantità subordinata alla siderite.

In seguito il carattere della siderite si modifica ancora aumentando in essa la tendenza alla individualizzazione dei cristalli che ne formano la massa, avendosi esemplari in cui questa massa presenta numerose geodine nel cui interno emergono le estremità libere dei cristalli a facce curve che le limitano.

---

[1]) Dana, *The System of Mineralogy*. 6.ª edizione pag. 290.

[2]) Loc. cit.

La bismutinite nelle parti della formazione metallifera dove l'ematite è in accentramenti disseminati si presenta ancora in cristalli voluminosi i quali però sono spesso cavi nell'interno, assumendo in tal modo una struttura quasi tubulare.

Nella massima parte dei casi però queste cavità interne sono colmate da un carbonato a struttura spatica avente una tinta più chiara di quello incassante. Invece negli esemplari in cui abbondano le geodine, i cristalli di bismutinite sono generalmente meno grandi essendovene anche di quelli molto piccoli ed esili; si ha ancora nei cristalli maggiori la struttura tubulare ma in gran parte le cavità interne sono vuote.

Il minerale da me esaminato non comparisce in ogni parte della formazione metallifera; mentre manca completamente dove l'ematite scagliosa è prevalente, comincia a comparire, sebbene scarsamente, dove la bismutinite è associata agli accentramenti di ematite; aumenta poi assai dove quest'ultima viene a mancare mentre diventa relativamente abbondante dove la massa sideritica si presenta ricca in geodine. In queste ultime zone nelle quali, come è detto più sopra, i cristalli di bismutinite a struttura tubulare si mostrano generalmente vuoti nell'interno, le pareti delle cavità di detti cristalli appaiono spesso tappezzate dalle piccole sferoliti bianche già descritte. Queste sferoliti poi si trovano anche nell'interno delle geodine e adagiate sulle facce dei romboedri di siderite.

Dal modo di presentarsi del minerale da me esaminato mi pare si possa trarre qualche conclusione anche sulla sua origine. L'aspetto generale di incrostazione che esso mostra, ad un primo esame superficiale potrebbe far supporre che si tratti di un'alterazione della bismutinite, ma contro questa ipotesi stanno a mio avviso diversi fatti. Il detto minerale cioè non mostra affatto forme pseudomorfiche come si osserva frequentemente nel caso di un prodotto di alterazione, ed i cristalli di bismutinite sui quali esso si trova appaiono perfettamente sani. Inoltre il trovarsi anche sopra i cristalli di siderite, cioè in posizione indipendente dalla bismutinite stessa, ritengo possa considerarsi come un valido argomento in favore dell'ipotesi che la bismutosferite da me esaminata si sia formata contemporaneamente alla bismutinite.

Istituto di Mineralogia della R. Università di Modena, Marzo 1920.

BENTIVOGLIO Dott. TITO

Nuove osservazioni sui libellulidi dell' Italia meridionale

Dall' amico Dottor Vincenzo Ragazzi ho avuto in esame alcuni libellulidi dell' Italia Meridionale da lui catturati nel 1906 e 1910.

Dall' esame fatto ho riscontrato che questa collezione, quantunque non molto ricca di specie, presenta una certa importanza perchè gli individui furono presi in località ove non erano ancora stati cercati pseudoneurotteri e perchè quattro specie vengono ora per la prima volta a figurare fra quelle del meridionale.

Elenco sistematico:

1. **Diplax meridionalis Selys.**

Due individui di questa specie furono catturati in Valle del Cavone (Circondario di Matera) nel 1906. È la seconda località dell' Italia meridionale nella quale si trova questa forma, ma non sembra molto comune.

2. **Diplax sanguinea** Müll.

Due individui giovani (maschio e femmina) furono trovati a Castellamare di Stabia. Anche questa cattura è importante perchè un solo individuo di questa specie fu fino ad ora osservato nell' Italia meridionale, senza che ne fosse indicato esattamente il luogo di rinvenimento.

3. **Libella brunnea** Fons.

Una sola femmina trovata a Castellamare figura nella collezione.

Questa specie non rara nell' Italia settentrionale e nelle grandi isole, non era stata ancora trovata nell' Italia meridionale.

4. **Aeschna cyanea** Müll.

Di questa forma, assai diffusa nell' Italia settentrionale, due soli individui furono trovati a Castellamare; fu già altre volte catturata a Napoli e Sila piccola.

5. **Aeschna affinis** Vander.

Questa specie figura ora per la prima volta fra quelle dell' Italia meridionale: due soli individui (maschio e femmina) furono catturati a Castellamare.

6. **Aeschna grandis** L.

Il 15 giugno 1910 il Dottor Ragazzi pescò, nel lago degli Astroni, una larva dalla quale si sviluppò una femmina di questa specie che si può considerare rara nel mezzogiorno essendo stata prima d'ora solo una volta trovata nella Calabria dal Costa [1]) nel 1862.

7. **Onychogomphus forcipatus** L.

Due maschi furono catturati nell' ottobre del 1910 a Positano (Salerno).

8. **Lestes viridis** Vander.

Questa specie non era stata osservata sino ad ora nell' Italia meridionale. Due soli individui catturati in Valle del Cavone figurano nella collezione.

9. **Sympycna fusca** Vander.

Valle del Cavone, maggio 1906.

La comparsa in maggio di questa specie, che è assai comune nell' autunno, stà a confermare ciò che fu osservato da Selys [2]) e da Martin [3]), cioè che quest' odonato è capace di svernare.

10. **Platycnemis pennipes** Pall.

Valle del Cavone.

---

[1]) Costa A. *Nuovi studi sull' entomologia della Calabria ulteriore.* Atti Acc. d. Sc. di Napoli, Vol. I. Napoli, 1862.

[2]) Edm. De Selys-Longchamps. *Revue des Odonates ou Libellulides d' Europe.* Bruxelles, 1850, pag. 163.

[3]) R. Martin. *Hibernation de la Sympecma fusca.* Revue sientifique du Bourbunnais. (Di questa memoria posseggo un estratto nel quale manca l' indicazione dell' anno di stampa).

11. **Agrion najas** Haus.

Questa specie, sino ad ora trovata nell' Italia settentrionale e Toscana, fu catturata a Castellamare e in Valle del Cavone.

12. **Agrion pumilio** Charp.

Valle del Cavone.

13. **Agrion elegans** Vander.

Pochi individui di questa specie, che è assai comune in tutta Italia, furono catturati in Valle del Cavone.

14. **Agrion pulchellum** Vander.

Valle del Cavone. È la seconda volta che viene menzionata fra le specie dell' Italia meridionale conoscendosene già un esemplare, catturato a Cirò (Catanzaro), ora esistente nella collezione entomologica della R.ª Università di Napoli.

15. **Agrion puella** L.

Valle del Cavone.

16. **Agrion cyathigerum** Charp.

Valle del Cavone. È la seconda volta che questa specie viene indicata fra quelle dell' Italia meridionale ove è certamente rara.

Con questo nuovo contributo il numero delle specie conosciute nel mezzogiorno d' Italia che era di 39 [1]) viene portato a 43; certo altre ancora se ne potranno aggiungere se qualche volenteroso farà nuove ricerche raccogliendo di questi insetti a torto trascurati.

---

[1]) Bentivoglio T. *Libellulidi dell' Italia meridionale esistenti nel Museo Zoologico della R.ª Università di Napoli.* Annuario del Museo Zoologico della R.ª Università di Napoli. (Nuova serie) Volume I, n. 32, 7 giugno 1905.

BENTIVOGLIO Dott. TITO

Libellulidi di alcune località italiane

In escursioni fatte in varie località d' Italia ho raccolto libellulidi dei quali ora dò l' elenco per accrescere le cognizioni sulla distribuzione geografica di questi insetti.

Tutte le specie qui menzionate non furono prima d' ora indicate per le località da me visitate.

Circondario di Pistoia.

Crocothemis erythraea Brull.

Due maschi, di questa specie, osservai nell' agosto 1916 nelle vicinanze della stazione di Serravalle Pistoiese (Linea Pistoia-Lucca) lungo un piccolo fossato che fiancheggia la linea ferroviaria.

Provincia di Lucca [1]).

1. **Libellula fulva** Mull.

Specie assai frequente, nel maggio e giugno, nei fossati e nelle piccole paludi che si trovano nel piano in vicinanza della città.

2. **Libellula quadrimaculata** L

Abbastanza frequente nelle vicinanze della città di Lucca specialmente alla fine di maggio e nel giugno.

---

[1]) Con questo nuovo contributo il numero delle specie conosciute nella provincia di Lucca sale a 29.

3. Libella coerulescens Fab.

Non rara negli stagni e fossati nei dintorni della città nel giugno e luglio.

4. Aeschna mixta Latr.

Nel novembre del 1911 catturai due individui di questa specie nelle risaie in vicinanza di Massarosa.

5. Gomphus vulgatissimus L.

Un solo individuo di questa specie ho catturato, nel luglio, non lungi dalla città di Lucca.

6. Platycnemis pennipes Pall.

Questa specie da me già segnalata nelle vicinanze della città, fu catturata anche nelle colline presso Maggiano, nell' estate del 1911 da uno sudente del Liceo di Lucca (Sig. Scatena) il quale gentilmente mi favorì gli esemplari da lui catturati.

Provincia di Massa Carrara.

Sympycna fusca Vander.

Il giorno 9 agosto 1918, in una escursione fatta lungo il Frigido, a qualche chilometro a monte della città di Massa catturai due esemplari di questa specie che non mi era mai stato dato di trovare nelle escursioni fatte, negli anni precedenti, in varie località del territorio di Massa.

Golfo della Spezia.

Lestes viridis Vander.

Un solo maschio di questa specie ho catturato il 14 settembre 1919 presso il Camposanto di San Terenzo.

Provincia di Cuneo.

1. **Cordulegaster annulatus** Latr.

Due femmine di questa specie ho catturato nell'agosto 1918, nei pressi del torrente Lurisia poco lungi dal paese di Roccaforte (Mondovì).

2. **Calopteryx virgo** L.

Moltissimi individui di questa specie ho trovati nel torrente Lurisia nelle vicinanze del ponte fra Roccaforte e Villanova. In varie visite fatte durante l'agosto e nei primi giorni di settembre, in quella località, ho sempre visto una grande quantità di questi insetti specialmente ove l'acqua è meno corrente.

3. **Epitheca metallica** Vander.

Un solo maschio fu trovato, in agosto, nelle vicinanze del paese di Roccaforte, presso il Mulino, dalla Sig. Margherita Sibilla Massiera la quale gentilmente mi favorì detto esemplare.

Isola d'Elba.

1. **Cordulegaster annulatus** Later.

Un solo individuo di questa specie fu catturato in settembre in una paludetta non lungi da Portoferraio.

2. **Calopteryx haemorrhoidalis** Vander.

Vari individui di questa specie ho catturato in settembre in un un corso d'acqua nelle vicinanze di Portolongone.

3. **Calopteryx virgo** L.

Alcuni esemplari ho trovato assieme alla specie precedente.

4. **Libellula depressa** L.

In uno stagno presso Portoferraio, ho trovato, in aprile, alcune larve di questa specie.

G. BIANCHI

Di un nuovo gruppo di " salse „ in quel di Sassuolo

È stato esplorando l'Alto e Basso Appennino modenese tra il Secchia e il Panaro, alla ricerca delle emanazioni di gas naturali che abbondano, com'è noto, in tale zona, che si è avuta la buona occasione di scoprire, in quel di Sassuolo, nello scorso novembre 1918, un nuovo gruppetto di « salse » attive, di recentissima formazione.

Vogliamo pertanto con questa nota preliminare, dar notizia del fatto limitandoci per ora a porre in rilievo a tal riguardo una sola circostanza realmente interessante che, a nostro parere, poteva essere rivelata solo per l'osservazione fortuita (come è avvenuto nel nostro caso) di vulcanelli di fango appena nati.

La regione in cui sono comparsi questi nuovi « bombi » è probabilmente in rapporto con una ipotetica profonda frattura del Pre-Appennino modenese, che corre da Sassuolo sul Secchia sino a Marano sul Panaro e che si manifesta attraverso a molte altre scaturigini di questo tipo o di tipo simile, situate sopra la stessa linea, quali quelle della Salvarola, di Montegibbio, di Nirano, di S. Venanzio, di Pujanello e di Marano.

La località precisa poi si trova a un'altitudine di circa 240 metri sul mare, a ponente dell'antica sede delle « salse » di Sassuolo o di Montegibbio, ora completamente estinte, a una distanza di circa mezzo chilometro, in una valletta sterile, guardata dall'alto da una villa signorile già di proprietà di certi Signori Vaccari. Ed è in questa stessa località che si trovano, in prossimità dei nostri neonati vulcanelli di fango, due sorgenti d'acqua salata, da cui si sprigionano gas combustibili, note da gran tempo e in tutto simili a quelle della Salvarola, situata più sotto, nel declivio della stessa collina, a un chilometro circa di distanza. Del resto le nostre tre o quattro « salse » che sono certamente in un qualche rapporto con le due dette sorgenti d'acqua salata e gas combustibile, non esigono certo, per esser presentate, alcuna descrizione minuta essendo in tutto simili a quelle classiche a tutti note di Nirano.

Piuttosto vogliamo soffermarci ancora un po' sopra un singolare carattere di queste nostre « salse » recenti che sopra tutto, come dicevamo in principio, ci sembra possa realmente interessare. Per spiegarci, noi abbiamo potuto fare, nello scorso novembre, l'osservazione netta che queste « salse » che contavano allora solo qualche settimana di vita, ciò che abbiamo potuto stabilire con certezza sulla base di testimonianze assolutamente attendibili, recavano a giorno, in confronto con le « salse » di antichissima età, per esempio con quelle classiche di Nirano, delle quantità veramente rilevanti di una sostanza nera bituminosa, facilmente riconoscibile per petrolio naturale.

Ora ci domandiamo: com'è che si può spiegare questo curioso fenomeno rilevato dalla nostra osservazione?

Una semplicissima ipotesi che non esitiamo ad avanzare, a questo riguardo ci soccorre.

Il comparire di una « salsa » evidentemente corrisponde all'affioramento alla superficie terrestre, nei terreni argillosi, di certi materiali, prevalentemente organici (idrocarburi) in gran parte gassosi, ma anche liquidi, misti ad acqua salata, materiali tutti che sono quasi certamente da porre in rapporto con giacimenti di petrolio naturale più o meno potenti, situati nel profondo sottosuolo e sottoposti di regola a forti pressioni.

Ora, nel venire a giorno, tali miscugli di materiali organici e inorganici, gassosi e liquidi, debbono aprirsi evidentemente, obbedendo alla loro forte pressione interna, in seguito a un lavorio continuo, dei canali o camini di sfogo attraverso le vie di minor resistenza degli strati argillosi superficiali, sino a raggiungere un orifizio di uscita o cratere

Se tale è realmente la genesi ossia il meccanismo del divenire di una « salsa », è perfettamente naturale immaginare che nei detti canali o tubi di sfogo, diretti dalle profondità del sottosuolo alla superficie terrestre, i materiali della nascitura « salsa », nel periodo pre-eruttivo, si accumulino e tendano, come meglio possono, a separarsi e disporsi in ordine delle loro diverse densità e che in conseguenza quando i gas, pei primi, avranno aperto alla superficie del suolo uno sbocco qualsiasi o cratere, dei materiali liquidi, acqua salsa e idrocarburi, i primi ad affiorare in maggior copia saranno certo i più leggeri ossia saranno precisamente i petroli.

E ciò concorderebbe indirettamente col fatto che le salse di origine antica e attive tuttora, come quelle di Nirano, non trascinano a giorno che quantità minime di petrolio naturale appena percetti-

bili, nelle esili strie nere, sulla melma eruttata, o nei veli sottilissimi iridescenti che talora si distendono sui liquidi delle « salse ».

Esse infatti, con la loro secolare attività, hanno ormai verosimilmente assunto un certo regime di vita pressochè costante e il petrolio che trascinano a giorno, per effetto di un puro trasporto meccanico operato dai gas, non può essere, com'è in realtà, che in quantità molto piccola.

Per esse le considerazioni svolte per le salse recenti evidentemente non valgono più. Mentre d'altro canto si rafforza l'ipotesi da noi a mala pena abbozzata, per interpretare il curioso fenomeno osservato, dell'anormale ricchezza in petrolio delle salse di recentissima formazione.

Lab. Chimico della R. Università. Modena 24 Giugno 1919.

RAFFAELLO BATTAGLIA

Materiali per lo studio del periodo eneolitico nel Veneto

Il fecondo risveglio dell'attività industriale e artistica, che si manifestò in seno alle famiglie neolitiche, quando gli scambi commerciali con le terre d'oltre Adriatico, le isole Egee e l'Egitto divennero più attivi, epperciò più vive si fecero sentire le influenze esercitate da quelle civiltà sulle povere tribù di cacciatori e di pastori, ferme nelle contrade settentrionali e centrali del bacino mediterraneo, interessò in modo particolare le isole e le province meridionali della penisola italica.

Nell'Apulia, nella Basilicata, nella Lucania, per i frequenti contatti avuti dai primitivi abitatori di queste regioni con la Balcania e il Mediterraneo orientale, e anche per sviluppo autonomo, l'eneolitico andò ben presto incontro ad un rigoglioso sviluppo, uguale in tutto a quello raggiunto nei villaggi siciliani di Stentinello, Matrensa, Poggio Rosso e Trefontane.

Una *facies* relativamente più modesta presentano all'incontro i prodotti delle famiglie eneolitiche del Lazio, della Toscana, dell'Umbria, della Lombardia e dell'Emilia. Pei caratteri del corredo funebre e dei manufatti abbandonati negli antichi focolari degli abitati, l'eneolitico di queste province costituisce un gruppo archeologico distinto e diverso da quello dell'Italia peninsulare meridionale e delle Isole, per la maggior semplicità e povertà del patrimonio industriale e artistico.

Presentano qualche affinità con questa classe di antichità, il materiale scavato nelle caverne di S. Bartolomeo e di S. Elia di Cagliari, e taluni elementi industriali delle stazioni litiche marchigiane e romagnole, ad industria *campignienne*.

Nel nord della Penisola, nella Liguria e nel Veneto, il periodo eneolitico si presenta sotto un aspetto più povero ancora. I manufatti corrispondenti a quelli del gruppo laziale-lombardo, appaiono

nella Venezia in numero piuttosto scarso e mescolati con una maggior copia di utensili di tipo neolitico.

Le tracce della civiltà eneolitica sono variamente disseminate entro le singole stazioni abitate dalle famiglie che in quei tempi occupavano il Veneto, dal Garda al Quarnaro. Talora, ma assai di rado, si trovano raggruppate in numero notevole in qualche centro: così nello strato archeologico scoperto dal Meschinelli nella torbaia della Fontega nei colli Berici, ed entro l'argilla da mattoni, in località la Mandriola, nel comune di Albignasego, nella bassa padovana. Questi due e talune tombe esumate nel Veronese, si possono considerare i depositi più ricchi di utensili e di armi di tecnica eneolitica.

Parecchi manufatti eneolitici giacevano all'incontro entro stazioni — per lo più caverne — con materiale rozzo e poco ricco di tipi e di forme, uguale a quello degli antri liguri, e che rappresenta *l'outillage* delle famiglie neolitiche della regione, ma in particolare di quelle della Venezia Giulia.

L'eneolitico veneto ripete, nei manufatti litici e nella ceramica, le stesse forme possedute dalle popolazioni dell'Italia centrale tirrenica e di quelle che deposero i loro morti nei sepolcri di Remedello.

Comunque, non mancano talune foggie di pugnaletti o di cuspidi silicee, di perfetta lavorazione eneolitica, le quali senza essere peculiari della regione, sono quì più comuni che altrove.

Delle sepolture eneolitiche del Veronese, furono pubblicate la tomba scoperta in contrada Carotta, lungo la strada Peri-Dolcè e l'interessante sepolcro di Villafranca, ricordato ultimamente dal Mochi, e sul quale doveva uscire una particolareggiata relazione del compianto prof. G. Pellegrini, sopraintendente agli Scavi e ai Musei del Veneto. L'interesse precipuo di questa sepoltura sta nella bellissima e grande alabarda o picca di rame, a forma di pugnale, una delle maggiori che io conosca, e nella placca semilunare di argento laminato, decorata a sbalzo da una serie di piccole eminenze semisferiche, che io ritengo un ornamento pettorale.

A queste posso aggiungere due altre tombe, rimaste fin quì inedite.

La prima scoperta risale al 1914 e venne fatta a Montecchio Maggiore in prov. di Vicenza. Ivi, alcuni operai nell'aprire una fossa allo scopo di convertire in vigneto il sito detto *brolo* nella proprietà del cav. Giuseppe Zonata, scoprirono alla profondità di 45 centimetri sotto il piano di campagna, uno scheletro umano steso supino in direzione N S.

I resti del cadavere erano contornati da numerosi ciottoli fluviali posti in sostituizione delle lastre di pietra, e portavano al fianco sinistro un pugnaletto piatto di rame. La lama, di un tipo molto comune nell'eneolitico iniziale, figura un triangolo allungato con la base retta, munita di due borchie per fermarla al manico, ed è arrobustita da una costola mediana [1]). Devo la conoscenza della scoperta alla cortesia del ch.mo. sig. A. Alfonsi, l'attuale direttore del R. Museo Archeologico Atestino.

La seconda scoperta mi venne gentilmente comunicata dal sig. V. Dal Nero, conservatore del Museo Civico di Verona, che mi comunicò inoltre copia fotografica e il disegno dei due oggetti che descrivo.

Il primo, un pugnaletto di selce, venne raccolto nell'anno 1914 da alcuni contadini in un campo nei pressi di Soave e da essi portato alla Direzione del Museo di Verona Dalle notizie fornite dagli scopritori è difficile arguire se la lama ora nominata, e quella che descriveremo appresso, appartenevano al corredo di una tomba o stavano entro uno strato di terreno inferiore a quello ove giacevano i sepolcri. « Abbiamo trovato — così mi riferisce il sig. Dal Nero il racconto fattogli dal contadino — prima degli avanzi di tombe con ossa e altri oggetti, poi cercando in un strato più profondo si trovò il pugnale; anzi se ne trovarono altri più piccoli (forse frecce), che passarono in altre mani ».

Nel settembre dello stesso anno venne portato al Museo un secondo pugnale, raccolto nei pressi di Pojano, a due metri di profondità, vicino gli avanzi di una tomba. Il sig. Dal Nero, preso interesse della scoperta, andò a Pojano, dove potè constatare che nella località indicata mai erano state aperte tombe di nessun genere. Sicchè è molto probabile, come mi avverte anche il sullodato conservatore del Museo di Verona, che i pugnali provengano ambidue da Soave; ciò viene suggerito anche dal fatto che la selce piromaca da cui vennero ricavati, appartiene alla stessa varietà grigio-chiaro con sfumature opaline.

---

[1]) Questo pugnaletto appartiene al II tipo del Colini, e trova un riscontro nelle lame a costa della Valle della Vibrata (Colini, *Il sepolcreto di Remedello Bresciano e il periodo eneolitico in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » XXVII, pagg. 86, 88, 100, IX, figg. 2, 9). Si avvicina ad esso anche il pugnale di rame, a lama sottile piatta e priva di costola, raccolto dal Rellini entro una grotticella funeraria eneolitica di Latronico (Lucania): Rellini, *La caverna di Latronico e il culto delle acque salutari nell' età del bronzo*, estr. « Mon. Antichi » XXIV, 1916, col. 63, fig. 35.

Il primo pugnale, lungo mm. 170 e largo 50, ha il corpo triangolare molto sviluppato e separato dal codolo, arrotondato, da due rientranze contigue, appena pronunciate nel lato destro, più evidenti a sinistra. La tecnica è la solita in uso nell' eneolitico: ritocco piatto esteso su tutta la superficie della lama. I margini sono ben finiti, minutamente seghettati. L' esemplare s' avvicina al pugnale modenese di St. Ambrogio, pubblicato dal Colini [1]). Per le caratteristiche del codolo, il pugnale di Soave rientra nel quarto tipo della classificazione proposta dal prof. Rellini, (*Pugiones cum scalpturis*) [2]). La nostra si può considerare la forma più embrionale dei pugnali eneolitici a *plusieurs crans*. Segue ad essa il magnifico pugnale di Santalupo Mandela in prov. di Roma [3]). Meglio definite sono le intaccature della bella lama raccolta nella torbaia della Fontega [4]). Ma la forma più tipica e più espressiva di questo gruppo — a cui devonsi aggiungere i pugnali di Poggio Aquilano (Perugia) e di Telese (Italia Meridionale) [5]), — rimane sempre l' esemplare padovano del Cavo della Cunetta, pubblicato dal Colini [6]), e al quale si deve aggiungere un bello e tipico esemplare mutilio di selce piromaca bianca conservato nel Museo dell' Istituto Geologico di Padova, proveniente

---

[1]) Colini, *Il sepolcreto di Remedello e il periodo eneolitico in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 285, fig. 84. L' esemplare figurato dal Colini è più tozzo del nostro.

[2]) Rellini, *Essai de classification des coteaux et des armes en silex taillé néo-éneolithiques*, estr. « L' Anthropologie » XXVIII, 1917, pag. 45, 46, figg. 13, 14, 15. Cfr. Patroni, *Tipologia e terminologia dei pugnali di selce italiani*, « Bull. Paletn Ital. » XXXI, 1905, (IX tipo).

[3]) Chierici, *I sepolcri di Remedello e i Pelasgi in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » X, t. IX, fig. 1; Colini, *Il sepolcreto di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pagg. 268, 287, tav. XII, fig. 10; Rellini, *Essai de classif. des coteaux ecc.* cit. pag. 45, fig. 14.

[4]) Meschinelli, *Avanzi preistorici della valle di Fontega in prov. di Vicenza*, « Bull. Paletn. Ital. » XV, pag. 145.

[5]) Rellini, *Essai de classification ecc. cit.* pag. 43, fig. 13, pag. 46. Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag 223, fig. 42. Altri due esempl. del Perugino, vedi *op. cit.* pag. 288. Per Ascoli Piceno, pag. 289.

[6]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXIV, tav. XIX *bis*, fig. 2; Rellini, *Essai de classif.* cit. pag. 45, fig. 15. In questo gruppo si potrebbe far rientrare anche il pugnaletto teramano di Villa Ripa figurato dal Colini, *Scop. archeol. del dott. C. Rosa nella valla della Vibrata*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXIII, tav. XXI, fig. 10, pag. 164.

da *laole Veronese.* In ambedue queste lame i margini del codolo, snello e allungato, portano numerosi intacchi irregolarmente semicircolari, ottenuti certamente per fermare con maggior solidità la lama all'impugnatura.

Il secondo pugnale, di dimensioni minori (125 mm. di lunghezza per 40 di largezza massima alla base della lama), ha il corpo triangolare allungato come il precedente. Si differenzia da esso per la forma del codolo, ora trapezoidale (forse in antico era triangolare) con i lati leggermente concavi. Rientra nel tipo a tallone romboidale (III tipo, del Patroni [1]). A differenza di quello di Monsavito (Ancona) [2]), nel quale il codolo triangolare si stacca netto dalla lama per mezzo di due rientranze orizzontali, nel pugnale veronese il codolo si attacca direttamente al corpo dell'istrumento, come nell'esemplare raccolto dallo Strobel alla Cà del Bosco nella Villa Mamiano sulla sinistra dell'Enza [3]), al quale il nostro maggiormente si avvicina.

Nel 1877 veniva donata al Museo Archeologico di Este una piccola serie di oggetti, scoperti nella campagna Trestini, in quel di Spesso (Comune di Cologna Veneta) a occidente dei Colli Berici.

Merita menzionare pel primo un pugnale sottile di rame, lungo 26 centimetri e largo alla base 55 mm. È assai ossidato e i margini sono fortemente logorati e intaccati dall'ossido, sicchè riesce difficile dedurre con sicurezza la forma primitiva della lama. Il codolo espanso è attraversato da tre fori rotondi, due ai lati e uno aperto al centro, lungo l'asse mediano, alla base della lama. L'arma era rafforzata da una robusta e larga costola. È dello stesso tipo dell'alabarda della tomba eneolitica di Villafranca. Queste gigantesche picche metalliche non erano troppo comuni nell'eneolitico, quando predominavano i piccoli pugnali di rame piatti a base retta o a contorno filliforme, e continuarono ad esser in uso anche nella seguente età del bronzo. Per l'eneolitico ricordo la bella lama a costola con il codolo semicircolare a tre fori delle tombe eneolitiche di Rinaldone nel Viterbese [4]); per l'età enea l'alabarda di bronzo

---

[1]) Patroni, *Tipologia e terminologia,* ecc. cit. pag. 94. Colini, *Il sepolcreto di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 259; cfr. tav. V, fig. 4; (tipo di tallone triangolare).

[2]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXIV, tav. XIV, fig. 19, pag. 216; Rellini, *Essai de classif. cit.* pag. 47, fig. 17.

[3]) Chierici, *Lance e pugnali di selce,* « Bull. Paletn. Ital. » VII, tavola VII, fig. 4.

[4]) Colini, *Tombe eneolitiche del Viterbese (Roma),* « Bull. Paletn. Ital. » XXIX, pagg. 156, 158, fig. 7.

a codolo espanso, saldata obliquamente all'asta mediante due grossi chiodi, raccolta assieme a tre ascie a margini rilevati e a pezzi informi di bronzo (ripostiglio o più probabilmente, ritengo col Colini, sepolcro) a Montemerano presso Saturnia (Grosseto)[1]). Ambedue queste armi non raggiungono però le dimensioni delle due alabarde venete, misurando la prima 17,5 cm., la seconda 190 mm.

Maggiore è invece, e quindi più prossima agli esemplari veneti, la bellissima alabarda di bronzo, a corpo stretto con costola mediana e base espansa, semicircolare, con tre forti chiodi per saldarla al manico, raccolta dal Carucci nella stipe votiva di Pertosa, e illustrata in questi giorni dal Rellini[2]). È assai rassomigliante alla lama di Spesso e misura 23 o 24 cnt. di lunghezza. Identico ad esso è un esemplare di rame, pubblicato dal Gervasio (*I Dolmens e la civiltà del bronzo nelle Puglie*) e proveniente da Capurso in prov. di Bari.

Di più modeste dimensioni è un pugnaletto, ricavato da una sottile lamina piatta di rame. È privo di una parte del codolo, attraversato da due fori, e della punta. Alla base della lama si notano due espansioni laterali semicircolari (larghezza massima dell'oggetto fra i detti rigonfiamenti mm. 40). Questa curiosa forma era poco comune nell'eneolitico.

Due altre località italiane esibirono pugnaletti piatti di questo tipo: la caverna ligure di Pollera[3]) e la caverna di S. Bartolomeo in Sardegna[4]).

Si può constatare quindi che i pugnaletti di rame a rigonfiamento discoidale basale si trovano entro stazioni prossime al mare, nelle isole (sono sconosciuti però fra il materiale siculo) o sulle coste della penisola. I pugnali sardi, quelli di S. Bartolomeo, cioè, e quelli raccolti dal Taramelli nella necropoli eneolitica di Anghelu Ruju[5])

---

[1]) Colini, *La civiltà del bronzo in Italia*, « Bull. Paletn Ital. » XXIX, pagg. 216, 223, fig. 35.

[2]) Rellini, *Latronico*, « Mon. Antichi » 1917, col. 119 dell'estr. tav. I, fig. 2.

[3]) Morelli, *Antichi manufatti metallici rinvenuti in Liguria*, « Bull. Paletn. Ital. » XIV, tav. I, fig. 10, pag. 8.

[4]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » tav. XVII, fig. 2, pag. 255.

[5]) Taramelli, *Alghero, nuovi scavi nella necr. preistor. a grotte artificiali di Anghelu Ruju*, « Mon. Antichi » XIX, col. 520. Colini, *Necrop. a grotte artificiali nel terr. di Alghero (Sassari)*, estr. « Bull. Paletn. Ital. » XXXI, tav. V, fig. 9. Anche in questo esemplare si può notare un accenno all'espansione discoidale della base della lama.

hanno i margini della regione inferiore dentati, particolare che ricorre nei pugnali di rame della coeva necropoli di Lugarico Veyo nel Sud-Est della Spagna. A questo gruppo di pugnaletti si può avvicinare quello di Sgurgola, con lama a base semicircolare, fornita di piccolo codolo pure semicircolare con tre fori disposti a triangolo [1]).

Una spirale spezzata ricavata da una verga dello stesso metallo, a sezione circolare del diametro di 2-3 mm., chiude la serie degli oggetti metallici di Spesso.

Fra i manufatti litici ricorderò una bella cuspide di giavellotto di selce piromaca grigia, patinata e lucidissima e un frammento di coltello. La prima ha il corpo e il tallone triangolari, acuto il primo, ottuso il secondo, con le facce leggermente rigonfie (misura 20 mm. di lungh. e 20 di larghezza all'unione dei due triangoli). Lavorazione bifacciale molto accurata. Rientra nel gruppo del secondo pugnale di Soave ed è identica alla cuspide eneolitica trentina proveniente, pare, da un sobborgo di Trento o da Padergnone, villaggio posto sulle rive del Sarca presso il lago di Toblino [2]). Del coltello, a sezione trapezia, non rimase che la base — il resto della lama andò perduto — larga 30 mm. Da quel che si può dedurre da questo pezzo, l'intero oggetto doveva superare i 20 cm. di lunghezza. Nel Veneto si conoscono altri esemplari di queste dimensioni. Selce *noisette*. Accompagnavano gli esemplari descritti sette od otto cuspidi di freccia, triangolari, munite di peduncolo e di alette, del tipo di quelle scoperte a Vicenza in contrada S. Lorenzo, nel Borgo S. Felice, fuori porta Castello [3]), tipo largamente usato durante il fiorire della civiltà eneolitica nelle regioni centrali e settentrionali [4]) e riferito dal Rellini al 9.° gruppo delle cuspidi di frecce (*cuspides alatae et excavatae* [5]).

---

[1]) Chierici, *I sep. di Remedello e i Pelasgi in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » X, tav. VIII, fig. 1.

[2]) Ambrosi, *Oggetti preistorici trentini conserv. nel Museo di Trento*, « Bull. Paletn. Ital. » II, pag. 139, tav. VI, fig. 6. Una cuspide silicea raccolta dall'Alfonsi nel borgo S. Felice di Vicenza, riproduce un pò più in piccolo il giavellotto di Spesso; Alfonsi, *Scop. di Antichità preistoriche a Vicenza*, « Not. Scavi » 1909, fig. 1, n. 3 estr.

[3]) Alfonsi, *Scop. di antichità preistoriche a Vicenza*, estr. « Not. Scavi » 1909, fig. 1, a pag. 192.

[4]) Chierici, *I sepolcri di Remedello*, ecc. « Bull. Paletn. Ital. » X, tav. VI, fig. 7, pag. 139; Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 231 segg.

[5]) Rellini, *Essai de classification*, cit., pag. 38, e seg. fig. 5 N.

Un magnifico pugnaletto di selce, coperto da una lucidissima vernice color giallo carico, venne raccolto durante l'aratura del fondo Beggio a *Cornegliana* nel Padovano. Il tallone, spezzato alla base, figura un trapezio con il lato maggiore rivolto verso l'alto, cioè verso la lama. La lama, ristretta e molto allungata, si stacca dal corpo del tallone, lasciando sporgere ai lati due denti acuti. La faccia superiore rigonfia — l'altra è piatta — fu oggetto di una attenta e minutissima scheggiatura. Dimensioni: 110 × 40 m. (*Num. d'inv.* del R. Museo Atestino 1343).

Anche questa foggia di pugnali non sembra aver avuto una larga diffusione fra le famiglie eneolitiche della Penisola. È degno di nota il fatto che essa appare di preferenza nel settentrione: nel Veneto e nelle province finitime. Il pugnale di Casaleone (Verona) pubblicato dal Colini e dal Rellini [1]), e quello di Cascina, anche nel Veronese [2]), si possono considerare i più tipici rappresentanti di questa curiosa foggia di armi litiche: hanno il codolo trapezoidale, ben pronunciato, largo, e la lama, elegante e sottile, attentamente lavorata. L'esemplare di Gorgo (Padova), all'incontro, è di forma più tozza e massiccia, ed ha i denti laterali rudimentali, poco evidenti [3]).

Uguale a quello di Cascina è il pugnaletto di Polada [4]). Elegante e coi denti laterali ben marcati è il piccolo pugnale a codolo triangolare espanso raccolto nel letto del Mella presso Seniga (Brescia) [5]). Secondo Colini si ebbero ancora di queste fogge a Bigarello nel Bresciano, nel Cremonese e a Bibbiano in prov. di Reggio-Emilia [6]).

Offrono qualche affinità col nostro gruppo alcuni pugnali dell'Italia meridionale, che hanno in comune con quelli settentrionali

---

[1]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXIV, tavola XIX *bis*, fig. 3, pag. 287, 294; Rellini, *Essai de classification*, ecc. cit. pag. 50, fig. 22.

[2]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 278, 281, fig. 82.

[3]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXIV, tav. XIX *bis*, fig. 1.

[4]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 278, 281.

[5]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag 281, 87, fig. 83.

[6]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag 273.

l'ingrossamento del codolo, ma che per altre importanti caratteristiche si stringono ai pugnali stiloidi, ricavati dall'attenta lavorazione di lunghi coltelli silicei a faccia inferiore di stacco piana e bulbata; tipo peculiare delle contrade australi della penisola, come già ebbe da osservare il Colini [1]). Ritengo perciò esatta la distinzione tenuta dal Patroni e dal Rellini, che ascrissero queste forme alla categoria dei coltelli-pugnali (XI tipo) o pugnali stiloidi (9.° *Pugiunculi stiliformes* del Rellini), mentre riunirono gli esemplari a codolo espanso e lavorazione bifacciale del settentrione, in un secondo gruppo (X tipo, pugnali a pomo [P]; *pugnones cum pomello* [R] [2]). Oltrechè per le differenze della tecnica: lavorazione della faccia superiore a piccole scheggiature parallele, e della forma: allungata, con margini rettilinei o lievemente incurvati, e punta molto acuminata, questo gruppo si distingue dal nostro, anche per la forma del codolo, di lavorazione più spesso trascurata e a contorno globulare od ovoidale, in luogo di esser triangolare o trapezoidale. Pugnali stiloidi a codolo ingrossato, di cui si potrebbe fare una varietà di quelli stiloidi laminari privi di tallone [3]), vennero raccolti in prov. di Avellino nella necropoli delle Fiumane, a S. Gesualdo [5]), a Ortucchio nell'Aquilano [4]), nei villaggi neo-eneolitici e di età più tarda della valle della Vibrata [6]), a Covone e a Corona de' Coppa [7]).

Maggiore fu la copia di oggetti che riproducono il tipo e la tecnica dei manufatti usati dagli eneolitici, fornita dal gruppo dei Colli Berici, che, ruderi d'un morto vulcano, si elevano nel mezzo della pianura a sud di Padova. Questi colli tanto ricchi di vestigia delle età protostoriche, sono poveri di documenti per lo studio della vita umana dell'epoca della pietra levigata. Tanto era fitta la po-

---

[1]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 266.

[2]) Rellini, *Essai de classification, ecc. cit.* pag 48 e segg. Patroni, *Tipologia e terminologia ecc.* cit. pag. 94.

[3]) Cfr. Colini, « Bull. Paletn Ital. » XXV, tav. XIV, fig. 8, 9; Rellini, *op. cit.*, figg. 18, 19, 20, pag. 49.

[4]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, XXV, tav. XIV, fig. 6, 7, pag. 291.

[5]) Colini, *Il sep. di Remedello*, XXV, tav. XIII, fig. 6, pag. 291; Rellini, *Essai de classification*, cit. fig. 21, pag. 50.

[6]) Colini, *Il sep. di Remedello*, XXV, tav. XII, fig. 8, pag. 277, pag. 274; *Le scop. Archeol. del dott. C. Rosa nella V. della Vibrata* ecc. « Bull. Paletn. Ital. » XXXIII, tav. XXI, figg. 4, 8, pag. 169.

[7]) Colini, *Il sep. di Remedello*, XXV, pag. 291.

polazione durante lo svolgersi dell'ultima civiltà dei metalli, quanto scarsa dovette essere — almeno da quanto appare allo stato presente delle ricerche — nei giorni in cui nelle altre regioni fioriva la civiltà del neolitico, e tale rimase, forse, anche quando alla prima succedette quella importata dal popolo delle terramare, che anche in questa plaga lasciò tracce del suo passaggio.

Delle stazioni o località pubblicate fornirono qualche manufatto di tipo eneolitico — dico di tipo, perchè i depositi risalgano talora all'età enea — la palafitta di Arquà-Petrarca [1]), la stazione di Marendole a nord della linea ferroviaria Monselice-Este, esplorata dal prof. Cordenons [2]), le capanne scoperte dall'Alfonsi sulle pendici del Monte Lozzo [3]), che si eleva isolato a oriente del gruppo, forse i fondi di capanna della Val Calaona, che si apre di faccia il Monte Lozzo [4]), e quelli scoperti dall'Alfonsi nelle basse di Gagliardo, nella frazione di Valbona [5]).

A queste posso aggiungere, per cortesia del chiar.mo Direttore del R. Museo di Este, sig. A. Alfonsi, alcune alte località dei Colli Luganei e del territorio circostante, che fornirono manufatti umani del periodo eneolitico, o almeno lavorati con la tecnica usata in quei giorni.

In Val di Lozzo, nel fondo Mandrina, l'Alfonsi raccolse una bella cuspide di giavellotto, a margini taglienti, di selce patinata, lucida, color marone. L'oggetto, lungo mm. 70 per 28 di larghezza massima, ha la faccia inferiore piana ma lavorata a ritocchi; la superiore è leggermente convessa e venne ottenuta mediante un lavoro di scheggiatura più attenta. Il contorno della punta descrive una doppia curva, concava alla base, sopra il peduncolo, convessa

---

[1]) Battaglia, *Intorno alle origini e all'età delle più antiche abitazioni lacustri dell'Alta Italia*, « Riv. di Antropologia » XXI, pag 52. Alfonsi, *Scoperte accidentali sulle rive del laghetto della Costa*, « Not. Scavi » 1906, Ghirardini, *Cenno preliminare sugli scavi della stazione preist. presso il Lago della Costa*, « Not. Scavi » 1906.

[2]) Cordenons, *Le antichità primitive di Marendole*, « Bull. Paletn. Ital. » XXII.

[3]) Alfonsi, *Avanzi di antichissime abitazioni sopra il colle di Lozzo Atestino*, estr. « Not. Scavi » 1903

[4]) Alfonsi, *Nuove scop. di Antichità nell'Agro Atestino (Baone)*, estr. « Not. Scavi » 1907.

[5]) Alfonsi, *Avanzi di stazione primit. nella frazione di Valbana*, estr. « Not. Scavi » 1904.

in alto presso l'apice; concavi sono pure i margini che limitano il breve ed esile peduncolo, in modo che la cuspide viene ad essere munita di due alette triangolari sporgenti all'esterno. (*Num. d'inv.* R. M. Atestino 1348). Riproduce abbastanza bene il contorno di questa freccia una rozza cuspide silicea *campigiennes,* del riparo sotto roccia delle Scalucce (Verona), raccolta dal prof. E. Tedeschi e conservata nel Museo Antropologico dell'Università di Padova, da lui diretto [1]). Due pugnali del sepolcreto di Remedello [2]) e uno raccolto presso il Gran Sasso [3]), presentano un profilo che si avvicina un po' alla cuspide di Val di Lozzo; nessuno dei tre esemplari citati raggiunge però l'eleganza della forma e la perfezione del lavoro dell'esemplare veneto.

In compagnia sua l'Alfonsi raccolse ancora un abbozzo di freccia a facce rigonfie e base arrotondata (*Num. d'inv.* 1348) e tre accette litiche.

La prima accetta, poliedrica, di una forma poco comune, venne ricavata da una varietà di roccia verde-bleu, disseminata di piccoli elementi bianchi, mediante un lavoro di pulitura veramente accurato. Il profilo ricorda quello delle moderne scuri metalliche; i margini laterali, retti nella regione superiore, s'incurvano alquanto all'esterno nella regione del taglio, arcuato e affilatissimo. Le due superfici maggiori laterali, piane, s'incurvano dolcemente verso il taglio. La faccia anteriore convessa è limitata da due piani inclinati che s'incontrano sul piano mediano del poliedro, dando origine ad una carena longitudinale. Il tallone, rotto in antico, venne sottoposto ad una nuova lavorazione. Dimensioni: Alt. 76 mm., larghezza 18 mm., taglio 36 mm., tallone 30 mm. (*Num. d'inv.* 1350).

Con lo stesso sistema di lavorazione a piani, venne ottenuta una seconda accetta, assai piccola, di calcare siliceo nero, levigato con accuratezza. Per l'attenta lavorazione e per le dimensioni ridotte, la considero, come la prima, un oggetto votivo. È a contorno trapezoidale, il contorno tanto comune nelle piccole accette neolitiche, col taglio arcuato. Ognuna delle due facce laterali è divisa in quattro piani: uno quadrangolare mediano, due laterali allungati e il quarto, quello che limita il tagliente, a segmento di

---

[1]) Battaglia, *Materiali paletnologici dei Monti Lessini in prov. di Verona*, « Riv. di Antropologia » XXII, fig. C, n. 10.

[2]) Chierici, *Nuovi scavi nel sepolcr. di Remedello*, « Bull. Paletn. Ital. » XI, tav. VI, figg. 7, 8, pag. 143.

[3]) Colini, *Il sep. di Remedello*, XXV, tav. IV, fig. 7, pag. 289.

circolo. Dimensioni: Alt. mm. 34; taglio mm. 30; tallone mm. 20. (*Num. d'inv.* 1352).

Nella letteratura consultata non ricordo di aver trovato descritta nessuna accetta poliedrica, uguale al primo dei due esemplari che presento. È identica, all'incontro, al secondo, e per dimensioni e per fattura: facce composte di quattro superfici piane, una accettina di eclogite, proveniente da Verbenico nell'Isola di Veglia (Dalmazia), conservata nel Civ. Museo di Storia Naturale di Trieste [1]). Dall'esame della sezione, sembra sia limitata da facce lievemente rigonfie, la porzione inferiore del martello o accetta litica con foro e tallone globulare, di Camisano (Cremona), figurato dal Castelfranco [2]).

Un quarto esemplare di queste accette poliedriche, proveniente esso pure dalle terre della Venezia, venne raccolto ad Aselogna nel Veronese. Si conserva nel R. Museo Preistorico di Roma (*Num. d'inv.* 27469), insieme ad altri manufatti litici del Veneto, parecchi dei quali ancora inediti. Posso dar notizia di essi, grazie al consenso dell'illustre direttore di questo Istituto, il senatore Luigi Pigorini.

L'accetta in questione, lunga millimetri 113 per 55, venne ricavata con perfetto lavoro di politura da un ciottolo di basalto. È a contorno rettangolare, appena espanso un po' verso il taglio, retto. Vista di faccia, dalla parte più stretta, presenta il contorno a doccia: le due facce che quasi si toccano all'altezza del tallone, s'allargano verso la parte inferiore dell'istrumento, che ha il suo maggior spessore a poco più di un centimetro dal tagliente, ottenuto dalla convergenza di due piani trasversali. Piane sono pure le facce maggiori e le due laterali. Gli spigoni sono smussati. La qualità del materiale e la forma dell'oggetto che, pesante nella regione inferiore, rendeva più efficace l'azione del colpo, rivelano in esso un'istrumento da lavoro.

In Val di Non, loc. Dosso della Forca nelle vicinanze di Cles, vicino una torbiera che già diede avanzi preistorici (*Orsi,* « Bull. Paletn. Ital. », VIII, pag. 213), venne raccolta una bellissima ascia di roccia oscura semitrasparente nel taglio, di forma conica, con i fianchi parzialmente lisciati, sicchè la porzione inferiore dell'istru-

---

[1]) Marchesetti, *I castellieri di Trieste e della regione Giulia*, « Atti Museo Civ. St. Naturale » X, Trieste, 1903, pag. 134, fig. 9.

[2]) Castelfranco, *Oggetti litici di Mozzanica nel Bergamasco e di Camisano nel Cremonese*, « Bull. Paletn. Ital. » XI, tav. III, fig. 6, pag. 12.

mento presenta, come i precedenti, la sezione rettangolare (« Bull. Paletu. Ital. », X, pag. 99).

L'ultimo degli utensili di Val di Lozzo è una delle comuni ascie di serpentino verde oliva, a superfice ricurva mal levigata e contorno trapezoidale a lati lievemente arcuati. Questo pezzo è interessante, perchè venne raccolto insieme alla guaina di corno di cervo, nella quale veniva innestata. Il contromanico di corno, levigato per attenuare le asperità della regione corticale, è lungo 66 mm; i diametri dell'imboccatura misurano rispettivamente mm. 25 e 35.

L'ascia misura 45 mm. di lunghezza, 27 di larghezza al taglio e 9 al tallone (*Num. d'inv.* 1351). Ad essa si avvicina una delle accette della Fontega.

Nel Museo Preistorico di Roma si conservano due accette litiche venete di questo tipo, ancora inedite. La prima (*num. d'inv.* R. Museo Preistorico 66830), lunga mm. 75 e larga al taglio 40, proviene da Villa Pavarana (Verona). È piriforme, col tagliente arcuato; la regione superiore e il tallone non sono lisciati. Serpentino verde oliva chiaro con sfrumature nere. L'altra venne ricavata da una roccia vulcanica color rosso mattone con inclusi verdi, forse un tufo. La struttura trachitica della roccia non permise un lavoro di politura troppo accurata. È del solito tipo a contorno triangolare arrotondato; lunghezza mm. 80, larghezza 45. (*Nnm. d'inv.* R Museo Preistorico, 20609). Qualche accetta uguale a quelle oro descritte diedero i sepolcri di Remedello [1]).

Una magnifica accetta di giadeite verde a venature più chiare, lunga mm. 125, larga al taglio 64 e dello spessore di 25 mm., conservata nel R. Museo Archeologico di Este (*Num. d'inv.* 1354), venne raccolta a Carmignano, comune di S. Urbano, in quel di Este. La politura è accuratissima ed estesa a tutta la superfice dell'oggetto, a contorno triangolare coi lati leggermente ricurvi. Le due facce presentano una dolce e regolare curvatura.

Quattro altri esemplari veneti ripetono il tipo dell'accetta di Carmignano.

La prima venne raccolta nel Riparo del Salin, sopra il vajo del Paradiso nel comune di Breonio, quindi in territorio dei *campigniens,* i quali la ebbero certo dagli eneolitici liguri o liguro-ibe-

---

[1]) Colini, *Il sep di Remedello,* XXIV, tav. VIII, fig. 3, pag. 90; fig. 1, pag. 42; XXVI, fig. 96, pag. 59 e seg. L'ascia tav. VIII, fig. 3, di giadeite è l'unica di Remedello tirata a completo pulimento, nelle altre esso è ristretto alla regione del tagliente.

rici del piano o dei colli berico-euganei. È a contorno piriforme molto allungato (140 mm. lungh. 60 largh. al taglio) coi lati appena incurvati e tallone appuntito. S'avvicina per questo carattere alle accette litiche raccolte dal Taramelli nel Riparo di Rumiano a Vayes in Val di Susa [1]) e a quelle, pure piemontesi, della stazione di Cuneo, visibili nel Museo Preistorico romano [2]). Di forma molto allungata, a contorno quasi rettangolare col tallone a triangolo, è un'accetta di diorite conservata nel Museo di Trento, scoperta dal Marchetti entro una tomba a Ramazzolo in quel di Arco nel Trentino [3]). L'ascia di Breonio in discorso, di una bella giadeite venata in chiaro, venne lavorata con molta cura. Il taglio, arcuato, quasi semicircolare, è scheggiato (*Num. d'inv.* 66836).

Più vicine ancora al profilo di quella di Carmignano sono la bellissima accetta di Tarcento del Museo Preistorico di Roma e la maggiore della Torbaia della Fontega, che potei studiare insieme al resto del materiale di questa stazione nel Museo Civico di Vicenza. Tutte e due hanno il taglio ben affilato e a leggera curvatura, i margini laterali un pò rigonfi e la sezione, elissoidale, appiattita assai, specie verso il tallone nella seconda, più rigonfia nella prima.

L'accetta di Tarcento, e piuttosto piccola: 85 × 95 mm., e venne ricavata da una bella varietà di giadeite, levigata con la massima accuratezza; l'esemplare della Fontega, lungo mm. 128 e largo al massimo 5 cm. e sopra il taglio 55 mm., è di una roccia verde chiaro venata in bianco. Così trovo scritto nei miei appunti, dove dimenticai di notare la specie della roccia: ritengo però sia anche questa di giadeite.

L'ultima del gruppo, lunga mm. 154 e larga sopra il taglio, semicircolare, mm. 62, ha un profilo più triangolare delle due precedenti. Le facce, rigonfie, sono ben levigate. Proviene da Villa Parignana nel Veronese. Roccia verde a struttura porfirica micro cristallina. (*Num. d'inv.* R. Museo Preistorico di Roma, 66828).

---

[1]) Taramelli A., *La staz. neolitica Rumiano a Vayes in Valle di Susa*, « Bull. Paletn. Ital. » XXIX, cfr. specialmente fig. B, pag. 15; fig. C, pag. 16; figg. 3 e 7, tav. I.

[2]) Traverso, *La staz. neolitica di Alba*. Alba 1898; *Oggetti di pietra della st. neol di Alba*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXIV.

[3]) Ambrosi, *Oggetti preist. trentini conserv. nel Museo C. di Trento*, « Bull. Paletn. Ital. » II, pag. 140, tav. VI, fig. 4; Colini, « Bull. Paletn. Ital. » XXVI, pag. 67, scrive essere questa accetta di cloromelamite.

Le tre ultime e quella atestina di Carmignano, più che alle allungate accette triangolari delle stazioni neolitiche piemontesi, si avvicinano a talune foggie piriformi neo-eneolitiche del settentrione; ad esempio quella della tomba parmense di Collecchio. È presso a poco delle stesse dimensioni dell'accetta di Tarcento[1]) Una forma analoga, assai piatta, e che si appressa perciò all'esemplare della Fontega, diede Villa Chiozza nel comune di Scandiano (Reggio-Emilia)[2]).

Nel Museo Preistorico di Roma esiste un' altra piccola accetta di giadeite, del solito tipo triangolare, rinvenuta probabilmente nel Veronese (*Num. d' inv.* 69428).

Le accette di giadeite di Tarcento e di Villa Pavarana presentano numerose scheggiature lungo il tagliente, diverse però da quelle prodotte dall' uso Io ritengo che queste belle grandi armi, e altre accette italiane, pregevoli per la forma, per l' accuratezza della lavorazione e per la varietà della roccia, non servissero per gli usi comuni della vita[3]); sarei propenso ad avvicinarle piuttosto alle *Benan*, le accette litiche di parata portate dai capi e dai personaggi più notevoli delle tribù melanesiane e di quelle degli arcipelaghi del Pacifico, alle quali talora è legato anche un significato rituale o religioso, uguale a quello delle *Emoaiopu* le bellissime e rare accette di pietra (Ftanite), fabbricate delle antiche famiglie papuane della costa sud-orientale dalla Nuova Guinea. Accette essenzialmente votive o rituali invece restano sempre quelle di piccole dimensioni, spesso forate all' apice, e talora prive del taglio, particolare quest' ultimo che osservo nell' accetta marchigiana uscita probabilmente da una tomba del primo periodo del ferro dell' Agro di Sanseverino, pubblicata dal Rellini[4]), e che potei ammirare nella sua interessante collezione. L' esemplare triangolare, di calcare bigio lucente, ben levigato, ha i tre margini

---

[1]) Colini, *Il sep. di Remedello*, XXVI, pag. 69, fig. 98; cfr. pure l' ascia figurata a pag. 72.

[2]) Colini, *loc. cit.*, pag. 90, fig. 106.

[3]) Anche i martelli litici a occhio sarebbero, secondo lo Schiff Giorgini, oggetti di parata o insegne di comando, simili alle mazze forate degli strati predinastici egiziani, a quelle italiane di Rinaldone, di Cefalù, e, le analoghe forme rinvenute nella nostra penisola, in Francia e nella Danimarca (Schiff Giorgini, « Bull. Paletn. Ital. » XLI, pag. 43).

[4]) Rellini, *Osservazioni e ricerche sull' etnografia preist. delle Marche*, estr. « Atti e Mem. Soc. Natural. e Matem. di Modena » XLV, 1912, pag. 40, fig. 16.

piatti di notevole spessore. Posso dar notizia di un oggetto consimile raccolto dallo stesso prof. Rellini nel famoso villaggio dell'età enea delle Conelle (Arcevia), e da lui donato al Museo Preistorico di Roma. Ha il contorno trapezoidale a lati rettilinei delle comuni accette levigate; è assai appiattito (pochi millimetri di spessore) e ha i margini spianati. Un solco mediano ben marcato segue tutto il contorno del manufatto; è probabile che esso servisse per passare intorno l'amuleto un filo metallico o una cordicella e portarlo così appeso alla persona. Questa almeno mi sembra la spiegazione più probabile. Devesi però notare che la parte superiore, spezzata — l'oggetto originariamente come quello di Sanseverino, doveva aver contorno triangolare — presenta una leggera concavità, ciò che fa pensare all'esistenza di un foro. La ritengo un'accettina rituale. Venne ricavata da una roccia tenera, specie di arenaria marnosa, color bruno nero a superfice molto scabra. Dimensioni 40 × 31 × 10 mm. [1]).

Ritornando al Veneto, segnalo altri due manufatti del genere conservati a Este.

Proviene da Ponte Cazzolo (Pojana Maggiore) nel Vicentino, ove venne scoperta nel 1898 alla profondità di m. 1,40 sotto il piano di campagna, la quinta accetta del Museo Atestino (*Num. inv.* 1353). È a sezione elissoidale; nel profilo ricorda un triangolo scaleno con i due cateti convessi, e l'ipotenusa a curva rientrante. Il tallone è arrotondato e il tagliente lungo mm. 47, portano tracce dell'uso. (Altezza totale mm. 100; spessore 25). L'accetta è appiattita, abbastanza levigata su tutta la superfice, arrotondata e priva di spigoli. Serpentino scuro [2]).

L'ultima è un'accetta-martello con foro conico, ricavata da una quarzite grigia. Il manufatto a superfice uniformemente arrotondata con un lavoro di politura alquanto accurato, presenta un rigonfiamento globulare nel terzo superiore, nella regione cioè attraversata dal foro; il tallone, allungato, conico, è arrotondato nella parte terminale; il tagliente, espanso, è rivolto un po' all'indietro come nelle moderne scuri (lungh. mm. 165; largh. taglio 45; tal-

---

[1]) Sul culto dell'ascia nelle età preistoriche cfr. specialmente: Pigorini, *Note per lo studio dell'ascia e della dea nuda nelle età preistoriche*, « Bull. Paletn. Ital. » 1911; Rellini, *Osserv. e ricerche*, cit., pag. 39 e segg.

[2]) Per la curvatura dell'intero oggetto, essa si avvicina all'accetta di giadeita a taglio arcuato, raccolta dal Parazzi nella stazione dei Lagazzi nel Cremonese; Parazzi, *Stazione dei Lagazzi tra Vhò e S. Lorenzo Guazzone*, « Bull. Paletn. Ital » XVII, tav. II, fig. 5.

lone 30; largh. massima nella prolungazione del diametro del foro (mm. 16) 42 mm.). L'oggetto venne raccolto in compagnia di un palo appartenente ad una antica palafitta, in Este nel Brolo Romano della Salute.

La porzione superiore di un martello di porfido identico a quello euganeo, con tallone cilindrico a capo sferico e rigonfiamento globulare intorno al foro biconico, venne raccolto in voc. Boscochiesanuova nella valle del Bellori (Verona). Anche per le dimensioni corrisponde al precedente (diam. massimo mm. 40; foro: diam. esterno mm. 19; interno mediano mm. 12). Appartiene alle raccolte del Museo Preistorico di Roma e porta il numero d'inventario 20607.

Un terzo martello-ascia a rigonfiamento centrale, che s'avvicina a quelli di Montesecco, del sepolcro di Rinaldone, di Sgurgola, della Valle della Vibrata, per avere il tallone a capocchia semicircolare, diede il Trentino [1]).

Questo tipo d'istrumenti, i rappresentanti più perfetti e più evoluti dei martelli litici forati italiani, sebbene non sia tanto comune nelle nostre stazioni e non appaia così di frequente come i semplici martelli forati ovoidali, triangolari o a ferro da stirare, pure ebbe una diffusione abbastanza larga nella nostra penisola, spingendosi dal Trentino fino giù nel Teramano, cessando, almeno pare, là dove incominciano ad apparire i pesanti e massicci mazzuoli basaltici a gola. La sua area di diffusione coincide insomma con quella delle tribù eneolitiche di Remedello e di Sgurgola (II gruppo, centrale), e si estende ai territori soggetti alla loro influenza industriale: le regioni centrali Adriatiche e una parte del Veneto. Non appare invece nelle regioni australi, dove fiorì la civiltà eneolitica di Molfetta, Matera, Stentinello.

Martelli forati con espansione globulare e gola si rinvennero difatti nel Parmigiano [2]), nella stazione eneolitica di Cella Dati, scavata e illustrata dal Patroni [3]), a Volterra [4]), nel sepolcro eneolitico

---

[1]) Ambrosi, *Oggetti preist. trentini, ecc.* « Bull. Paletn. Ital. » pag 140, tav. VI, fig. 10; Chierici, *Speciali forme dell' ascia di pietra levigata in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » VII, tav. II, fig. 1.

[2]) Chierici, *Speciali forme dell' ascia di pietra levigata in Italia, cit.* tav. I, fig. 6.

[3]) Patroni, *La stazione all' aperto di Cella Dati presso Cremona*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXIV, pag. 192 segg.

[4]) Chierici, *Spec. forme dell' ascia, ecc.* cit. tav. II, fig. 4.

di Guardistallo in quel di Pisa [1]), a Ortobello in provincia di Grosetto [2]), nelle tombe eneolitiche di Rinaldone nel Viterbese [3]) e di Sgurgola in prov. di Roma [4]) e a Pantano pure nell'agro romano [5]). Ad oriente di questi territori appaiono nell'Anconetano, a Jesi [6]) e a Montesecco [7]), e nelle capanne della Valle della Vibrata [8]).

La diffusione geografica di questo tipo di martelli-ascia ad occhio — che io ritengo una forma evoluta rispetto agli altri martelli forati — unita al fatto che quando uscirono da depositi archeologici intatti, si raccolsero sempre associati a materiale eneolitico, o di età eneolitica, come sarebbe il caso di Cella Dati, Montefiascone, Sgurgola, dimostrano da soli, senza il concorso di altri fatti e considerazioni, l'età in cui questa foggia — quindi non tutte le varietà di martelli ad occhio — ebbe più larga diffusione nel nostro paese, e le genti presso le quali essa era in uso [9]). L'origine e l'evoluzione di questo tipo è legata, però, a quella di tutti i martelli litici con foro, ritenuti dal Colini caratteristici del periodo eneolitico [10]) e importati dal popolo dei palafitto - terramaricoli [11]).

---

[1]) Schiff Giorgini, *Di una tomba eneol. rinv. a Guardistallo presso Cecina (Pisa)*, « Bull. Paletn. Ital. » XLI, pag. 41 seg. tav. I, figg. 1, 2.

[2]) Esemplare conservato nel Museo Preistorico di Roma, *num. d'inv* 13159.

[3]) Colini, *Tombe eneolitiche del Viterbese (Roma)*, « Bull. Paletn. Ital. » XXIX, tav. XIII, fig. 1. Pernier, *Tombe eneolitiche del Viterbese*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXI, tav. IV, fig. c.

[4]) Chierici, *I sepolcri di Remedello, ecc. cit.* « Bull. Paletn. Ital. » X, tav. VIII, fig. 2; Colini, *Martelli e Mazzuoli litici con foro rinv. in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » XXII, tav. I, fig. 2.

[5]) Colini, *Martelli e Mazz. litici con foro rinv. in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » XVIII, tav. X, fig. 3.

[6]) Colini, *loc. cit.*, tav. X. fig. 1.

[7]) Colini, *Martelli e Mazz. litici ecc.*, « Bull. Paletn. Ital. » XXII, tav. I, fig. 1.

[8]) Colini, « Bull. Paletn. Ital. » XVIII, tav. X, fig. 10; *Le scop. archeol. del dott. C. Rosa nella Valle della Vibrata*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXIII, tav. XIV, fig. 11.

[9]) Patroni, *La staz. all'aperto di Cella Dati*, « Bull. Paletn. Ital. » pag. 198, ritiene che « il tipo a gola si sia diffuso nell'ultima fase del neolitico, e che il successivo periodo eneolitico lo abbia semplicemente ereditato e forse ingentilito ».

[10]) Colini, *Tombe eneol. del Viterbese* « Bull. Paletn. Ital. » XXIX, pag. 167.

[11]) Colini, *I Martelli e Mazzuoli litici in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » XXII.

Più tardi, se non modificò del tutto le sue idee, lasciò peraltro trasparire alcuni dubbi, tanto sul popolo importatore quanto sull'età della prima apparizione di queste armi nel nostro paese [1]).

La presenza del martello a occhio di una forma ancora arcaica nel riparo Rumiano in Val di Susa, riferibile al neolitico [2]); il martello forato raccolto a Fano [3]), una delle più antiche stazioni neolitiche d'Italia [4]); le primitive forme a ferro da stirare, secondo la denominazione proposta dal Patroni [5]), disseminate nelle stazioni della Costa Adriatica, nella Marca Alta: Belvedere Ostiense, Valle Cesano, Soretello, Nidastore, Bosimano, nel Teramano e nel Chietino [6]) (la presenza di singoli esemplari di questa foggia entro stazioni *campigniennes* adriatiche, contemporanee ai giorni di Remedello, deve riferirsi a delle sopravvivenze locali di tipi propri del neolitico antico, coevo cioè, ai villaggi di Fano, di Lama dei Peligni, delle Tremiti), mi inducono ad abbassare l'età delle primitive armi litiche con foro del nostro paese, sincronizzandole al neolitico primitivo. Così pure, per me non vi è dubbio, che da noi, come in altri paesi europei, furono le popolazioni neolitiche di stirpe mediterranea, quelle che prime produssero tali utensili; i quali solo più tardi entrarono in possesso dei terramaricoli di Villa Cappella, di Montata dell'Orto, di Casaroldo di Samboneto, di Castione dei Marchesi, di Poggio della Gaggiola, ecc. [7]). Ritengo in altri termini col Patroni, che « la comparsa e la prima evoluzione dei martelli litici forati in orizzonti affatto diversi dalla abitazioni lacustri, in istrati archeologici antichissimi che si collegano ai fondi di capanne, caverne e dolmens dei paesi bagnati dal Mediterraneo, esclude ogni rapporto specifico di questi oggetti con gli abitanti delle palafitte (siano o non siano invasori nuovi) » e «rende probabile di per sè

---

[1]) Colini, *Tombe eneol. del Viterbese*, cit.

[2]) Taramelli, *La staz. neol. Rumiano a Vayes*, « Bull. Paletn. Ital. » XXIX, pag. 5, fig. A.

[3]) « Bull. Paletn. Ital. » XXII, pagg. 266, 268; XXXIV, pag. 197.

[4]) Rellini, *Osserv. e ricerche sull'etnografia preist. delle Marche*, estr. « Atti Soc. Natur. e Matem. di Modena » 1912, pag. 5.

[5]) Patroni, *La staz. all'aperto di Cella Dati*, « Bull. Paletn. Ital. » XXXIV, pag. 193.

[6]) Colini, « Bull. Paletn. Ital. » XVII, tav. X, fig. 2; XXII, tav. I, figg. 3, 4, 5, 7, tav. II, figg. 1, 2.

[7]) Colini, *Tombe eneol. del Viterbese, cit.*, pag. 169.

la diffusione dei tipi più antichi in Italia durante le fasi arcaiche del neolitico» [1]).

La località Terralba nel comune di Baone a N E di Este, diede un pugnale di selce bigia, lucida, assai ben lavorato su ambe le facce, con la tecnica eneolitica. I margini sono ritoccati con attenzione. L'arma è a contorno ovale col vertice acuto e rientra nel primo tipo del Patroni e del Rellini [2]); misura 125 mm. di lunghezza e 46 di larghezza massima. Terralba fornì inoltre un' accetta piatta, levigata, di forma ovale col tallone appuntito, lunga centm. 20 e larga 70 mm.

Uguale alla cuspide di Terralba è un pugnale di selce noce picchiettata di bianco, raccolto nella palafitta di Arquà - Petrarca. Le due facce, un pò rigonfie, sono lavorate a piccoli ritocchi che divengono minuti presso i margini; lunghezza mm. 145, larghezza 43. Si conserva nel R, Museo Atestino [3]). Della medesima foggia sono altresì le due lance o pugnali delle tombe Carotta, fra Peri e Dolcè, e quelle d' Illasi Veronese. Le prime visibili nel Museo di Verona, sono di selce opalina grigiastra, con la faccia superiore convessa e l' altra appiattita e lavorate ambedue a piccole scheggiature; i margini portano un ritocco più minuto. La maggiore, delle dimenzioni delle precedenti, misura 158 mm. di lunghezza, per 46 di larghezza; la minore 123 di; lunghezza e 42 di larghezza presso il codolo [4]). I due esemplari d'Illasi, raccolti a 2 metri di profondità entro un terreno cretaceo coperto da un deposito di terra nerastra, privo però di elementi azotati, riproducono, anche per le dimenzioni, quelli di Peri [5]).

Lame di questo tipo non mancano negli strati eneolitici del settentrione. Contenevano taluni esemplari i sepolcri di Remedello [6]), la tomba di Volongo nel Cremonese [7]); Chierici ne pubblicò una

---

[1]) Patroni, *Staz. all' ap. di Cella Dati, cit.*, pag. 196.

[2]) Patroni, *Tipologia e terminologia, ecc.*, cit. Rellini, *Essai de classification, ecc.*, estr. « L'Anthropologie » 1917, pag. 44, fig. 11, pag. 41.

[3]) Cfr. anche Colini, « Bull. Paletn. Ital. » XXV, pag. 277.

[4]) Cfr. Cipolla, « Notizie Scavi », 1888, pag. 217 e seg. Colini, *Il sep. di Remedello*, XXV, pag. 264; cfr. anche XXIV, tav. V, fig. 4.

[5]) Cipolla « Notizie Scavi », 1883, pag. 25.

[6]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, XXV, pag. 89, tav. VI, fig. 3; pag. 255, fig. 72; cfr. anche fig. 76, pag. 259 e seg. anno XXIV, pag. 16, fig. 10; pag. 45.

[7]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, XXIV, pag. 219, seg. tav. XII, fig. 3.

raccolta a Calerno[1]) e un secondo esemplare trovato nella nota caverna di Borzano nel Reggiano[2]).

Una bellissima cuspide di freccia (*Num. d'inv.* 1347 del R. Museo di Este), lunga mm. 65 e larga 23, di selce rosso-bruna a chiazze più chiare, venne raccolta casualmente a Valancon, località posta a 2 Klm. a SW di Ospedaletto Euganeo, piccolo borgo della bassa pianura a 4 Klm. da Este. L'oggetto appartiene al 6.° tipo del Rellini, *cuspides ellypsiformes, alatae, cum peduncolo*[3]), ma presenta un contorno assai più elegante e regolare di quello del campione presentato dal chiaro paletnologo di Roma. Le alette sono ben marcate e rivolte verso il basso e l'interno, e segnate da due regolari incavature basali. Il peduncolo, esile, è arrotondato alla base. La faccia inferiore è piatta, l'altra più rigonfia con un lieve accenno ad una caeena longitudinale mediana; particolare che dimostra essere stato l'oggetto ricavato da un coltellino, secondo il processo di fabbricazione largamente usato dagli artefici neo-enolitici[4]). Tutta la superfice dell'arma è coperta di minute e regolari scheggiature. S'avvicina un po' alla nostra una cuspide silicea apparsa alla superfice dei campi insieme ad altri manufatti di selce, eneolitici pugnali allungati e frecce, durante un escavo praticato nella tenuta di Castel Malnome, presso Ponte Galera nell'Agro Romano[5]).

Rientrano in questo gruppo di armi due altre freccine eneolitiche del Veneto, conservate nel R. Museo Preistorico di Roma. Hanno il corpo a margini curvilinei, convessi nei due terzi inferiori, concavi verso l'apice, in modo da presentare una punta acuta, ben distinta dal corpo. Il peduncolo è robusto, allungato, a contorno trian-

---

[1]) Chierici, *Lance e pugnali di selce*, « Bull. Paletn. Ital. » VII, pag. 107, tav. VII, fig. 2.

[2]) Chierici, *op. cit.*, tav. VII, fig. 3, pag. 103 e seg. cfr. anche Chierici, *Una caverna del Reggiano*, Reggio Emilia, 1872. Il pugnale n.° 2 del Chierici e uno proveniente da una tomba incerta di Remedello (Colini, XXV, tav. VI, fig. 3) hanno come quello minore di Dolcè, una leggera rientranza al lato destro della base, quasi per distinguer il codolo dalla lama.

[3]) Rellini, *Essai de classification*, *cit.*, pag. 38, fig. 5 H, pag. 36.

[4]) Cfr. Rellini, *Materiali neol. ed eneolitici della Marca alta*, estr. « Bull. Paletn. Ital. » XXXV-XXXVI, pag. 7 e seg; *Osserv. e ricerche sull'etnogr. preist. delle Marche*, estr. « Atti Soc. Natur. e Matem. di Modena » 1912, fig. 26 e seg; *L'età della pietra sulla Maiella*, estr. « Bull. Paletn. Ital. » XL, fig. 34 seg.; *Essai de classification, cit.*, fig. 34.

[5]) Colini, *Armi di selce rinven. nei dint. di Roma e tomba eneol. di Colle Sannita* (*Benevento*), « Bull. Paletn. Ital. » XXXI, fig 2, tav. I fig. 5.

golare coi bordi ricurvi. La maggiore, slanciata, a sezione elissoidale, di selce giallo-chiaro, lunga mm. 60 e larga 20, fu rinvenuta a Casaleone Veronese (*Num. d'inv.* 20606); l'altra, di selce grigia, con la faccia superiore ringonfia, lunga mm. 50 per 22, proviene da Albano (Padova). Porta il numero d'inventario 46725.

Fa parte della Raccolta Nazzari del Museo atestino, una curiosa cuspide di freccia di selce giallo-bruna, assai lucida, lunga mm. 40 e larga 20, raccolta nella località Marendole, quella stessa che diede l'ascia piatta di rame, ricordato anche dal Colini[1]).

La freccia, peduncolata e con corte alette, ha il corpo rettangolare con i margini laterali, paralleli e rettilinei. Dall'estremità superiore a curva semicircolare sporge, a mò di capezzolo, una corta ed esile punta. L'oggetto di perfetta lavorazione eneolitica non venne certo inastato, o, anche se fermato ad un asta, non dovette servire da arma comune; lo ritengo un oggetto simbolico o un amuleto[2]).

Non conosco esemplari uguali al nostro. Si stringe ad essa per aver la punta a capezzolo, una freccina peduncolata ad alette, di lavorazione piuttosto grossolana, raccolta in una caverna sepolcrale dell'Isola Pianosa, scavata dal Foresi[3]). Si accosta a quella di Marendole, per la forma rettangolare del corpo, qualche cuspide marchigiana: ricordo in modo parlicolare una di selce noce chiara, di lavorazione trascurata, proveniente dalla valle del Tesino e conservata nel Museo di Ripatronsone.

Segnalo in ultimo due belle cuspidi di giavellotto provenienti da Vighizzolo d'Este, località posta a sinistra dello Scolo di Lozzo, 6 Km. a S di Este. Il primo — momentaneamente in mio possesso — appartiene al chiar.mo sign. G. Valsecchi di Este, appassionato cultore di Scienze Naturali, che volle gentilmente affidarmelo per la pubblicazione.

Il manufatto ha il corpo triangolare assai allungato, e due piccole

---

[1]) Colini, *Il sepolcr. di Remedello*, XXIV, pag. 103.

[2]) Come è noto il Pigorini pel primo ritenne che i neolitici, oltrechè all'ascia, prestassero un culto anche alle punte di freccia silicee (Pigorini, *Del culto delle armi di Pietra nell'età neolitica*, « Bull. Paletn. Ital. » XI; cf. anche Bellucci, *Sur l'éclatement intentionnel des disques et des pointes de flèche a l'époque néolithique*, estr. « IXme Congrès Préhistorique de France » Ses. Lons-le-Saunier, La Mams 1914).

[3]) Foresi, *Sopra una collezione composta di oggetti trovati nelle Isole dell'arcipelago toscano*, Firenze 1867, pag. 25; Chierici, *Gli Iberici in grotte artificiali, ecc.*, « Bull. Paletn. Ital. » IX, tav, II, fig. 16, pag. 58.

e rudimentali alette formate dal restringimento della lama nella regione del codolo. Il codolo, triangolare allungato, è spezzato alla base. La faccia inferiore piana, è parzialmente lavorata nella regione della punta, lungo i margini, taglienti e a minutissimi ritocchi, e nella parte corrispondente al tallone; la superiore all'incontro, coperta di regolari e lunghe scheggiature trasversali, è convessa col maggior rigonfiamento nella parte mediana, per esser stata ricavata la cuspide da una lama a sezione triangolare (lunghezza 100, larghezza 20 mm.). Venne raccolta a sei metri di profondità, nell'aprire un pozzo. Selce bruno-gialla a piccole chiazze più chiare.

Il secondo pezzo, conservato nel Museo di Este (*Num. d' inv.* 1346), di silice grigio-gialla, lucida, disseminata di piccole macchie bianche, ripete con lievi modificazioni la forma del primo (*triangulares, cum peduncolo expolitissimo* [1]). La base della lama e il codolo sono a curva-semicircolare; la carena mediana è più accentuata; la lavorazione è estesa alle stesse regioni della prima. I margini sono minutamente seghettati.

Una bella cuspide eneolitica, lunga mm. 55 per 22, di selce bruna, raccolta nel Cavo della Cunetta nel Padovano, ha la regione mediana dei margini laterali seghettata. Viene conservata nel R. Museo Preistorico di Roma.

La perfezione con cui venne eseguito il lavoro e in particolare l'essere la scheggiatura limitata alla faccia superiore dei manufatti, stringe i due pugnaletti di Vighizzolo a quei caratteristici coltelli o pugnali degli eneolitici meridionali, ricavati da una lunga lama prismatica, lavorata soltanto nella faccia superiore [1]).

Eccettuata la particolare lavorazione, gli esemplari veneti riproducono una foggia conosciuta anche nelle abitazioni e nelle tombe coeve della penisola settentrionale e centrale.

Pugnaletti triangolari a corpo molto allungato vennero segnalati difatti nei sepolcri di Remedello [2]), nella tomba di S. Rocco in

---

[1]) Cfr. Colini, *Il sepolcr. di Remedello,* XXV, pag. 266, e seg., 279, 290 e segg. tav. XII, 8; XIII, 6; XIV, 6, 9; Rellini, *Essai de classification* cit., pag. 47, e seg. pagg. 18-21. Uguali ai nostri per la perfezione della scheggiatura e, in un caso, per la lavorazione condotta quasi esclusivamente sulla faccia superiore sono alcuni pugnaletti raccolti in prov. di Roma a Castel Malnome, (Colini, *Armi di selce rinv. nei dintorni di Roma*, ecc., « Bull. Paletn. Ital. » XXXI, fig. 2-4; fig. 1, tav. I fig. 3, 7).

[2]) Colini, *Il sep. di Remedello,* XXIV; pagg. 13, 15, 16, figg. 16, 29 e seg. fig. 26, pagg. 31, 37, 40.

Monsavito [1]), e nella caverna del Castello a Vecchiano [2]), nella grotta degli Ugazzi e nei sepolcri di Punta degli Stretti nel M. Argentaro [3]), a Cantalupo Mandela [4]), a Sgurgola [5]), nella tomba di Camerata in provincia di Aquila [6]), ecc.

---

[1]) Colini, *op. cit*, XXIII, fig. 98; XXIV, pag. 216; tav. XIV, figg. 4, 11, 13.

[2]) Colini, *op. cit.*, XXV, fig. 234-36, tav. XIII.

[3]) Minto, *Avanzi di tombe eneol. a Punta degli Stretti (M. Argentaro)*, « Archivio per l'Antropologia e la Etnologia » pag. 259 seg.; fig. *a*.

[4]) Chierici, *I sepolcri di Remedello e i Pelasgi in Italia*, « Bull. Paletn. Ital. » pag. 141, tav. IX, figg. 3, 5; Colini, *op. cit.*, XXV, pag 235, 296; tav. XII, figg. 1, 2, 5, 6.

[5]) Chierici, *op. cit.*, pag. 141, tav. VIII, fig. 3; Colini *op. cit.*, XXV. pag. 208 e seg., tav. XV, figg. 8-10; cfr. anche « Bull. Paletn. Ital. » V, pag, 174; VI, pagg 8, 33; X, pag. 149; XVIII, pag. 155, XXII, pag. 2.

[6]) Colini, *op. cit.*, XXV, pag. 235, tav. XIII, fig. 5.

G. LO PRIORE

L'acido cianidrico nella germinazione dei semi del Nespolo nipponico

Ho seguito in Sicilia per alcuni anni ed ho continuato a seguire poi in Modena, su materiale di provenienza diversa, le vicende dell'inverdimento dei cotiledoni nei semi del Nespolo nipponico ed il loro comportarsi durante la germinazione.

Esposte nelle memorie relative, comparse negli Atti dell'Accademia Gioenia di Catania, le particolarità più importanti d'indole anatomica e fisiologica, riassumerò qui brevemente quanto riguarda la reazione delle sostanze cianogene nel processo germinativo.

Per intendere le singolarità del comportamento dei semi del Nespolo nipponico, occorre premettere ch'essi hanno cotiledoni per lo più verdi e che germinano, appena liberati dal frutto, con la sola risorsa propria d'acqua, ma che perdono il potere germinativo come perdono il verde e disseccano. In ciò si comportano ben diversamente dagli altri semi, i quali sogliono passare un certo tempo allo stato di riposo, prima di raggiungere la maturazione germinativa.

L'inverdimento dei cotiledoni avviene al riparo parziale della luce: attraverso cioè uno strato di polpa (sarcocarpo) dello spessore circa di un dito, nonchè attraverso tegumenti spessi e bruni.

Liberata da questi, la massa cotiledonare, compreso l'embrione, (molto esiguo rispetto all'altra), continua ad inverdire — invero, meglio a luce diffusa che a luce diretta — e provvista com'è di metà circa del suo peso in acqua, è capace, col favore di questa, di dar vita all'embrione. Il fittoncino si svolge ed allunga con la sola risorsa di acqua dei cotiledoni, senz'altra assorbirne dall'esterno, mentre la piumetta rimane a lungo imprigionata fra i cotiledoni.

In tubi di vetro, strozzati in basso verso l'estremità chiusa, sì da limitare una cella di un pollice circa di lunghezza per lo sviluppo delle radici, queste si allungano liberamente con emissione anche di radici laterali.

Dopo breve, però, esse si arrestano nel loro sviluppo, evidentemente a causa dell'assorbimento di ac. cianidrico, poichè l'umidità, raccolta in forma di rugiada sulle pareti della cella di vetro, permetterebbe certo l' ulteriore sviluppo delle radici.

Questo avviene infatti, togliendo i semi dal tubo di vetro e lasciandoli liberamente sviluppare in altro ambiente aperto, in cui le emanazioni di ac. cianidrico possono liberamente sperdersi od essere assorbite dal sostrato, senza danno sensibile delle radici.

Simile risultato è avvalorato dall'altro, abbastanza cospicuo, che mentre è facile la germinazione di semi nudi in tubi e scatole di vetro, non avviene invece o si arresta su semi contusi o su detriti più o meno grossolani, meglio ancora sulla loro pasta.

La perdita della clorofilla avviene di solito dopo 2-4 mesi, anche sotto l'involucro protettore dei tegumenti, che si mantengono tesi pur quando la massa cotiledonare si è contratta per disseccamento.

Conservando invece i semi privi di tegumenti in tubi d'assaggio chiusi con tappi di cotone idrofilo, sì da preservarli dalle muffe, rimuovendo sollecitamente quelli che ne sono colpiti, i semi possono conservare il loro verde, sebbene in numero limitato, fino ad un anno. Occorre solo che essi rimangano esposti alla luce (diffusa) e che quindi intrattengano il processo clorofillico, processo che, evidentemente, contribuisce al mantenimento della stessa clorofilla.

Semi privi di tegumenti, affondati parzialmente nel terreno, inverdiscono nella parte epigea e nelle facce interne dei cotiledoni anche se non completamente divaricati. Ma, se colpiti da insolazione diretta, vi è arrossamento con formazione di antocianina, per cui le facce esterne contrastano col verde di quelle interne, ma si avvalgono del pigmento protettore per compiere il processo fotosintetico.

La facile germinabilità dei semi in condizioni non sempre favorevoli ha favorito finora la grande diffusione della pianta, specialmente nel Mezzogiorno d' Italia. Epperò, dove le condizioni di clima non ne permettono la fioritura, la pianta è pur preferita ad altre ornamentali, grazie all'elegante fogliame ed al rapido sviluppo.

Però la stessa ricchezza dei semi in acido cianidrico, il loro sviluppo in numero e dimensioni, a detrimento della polpa e quindi dell' alimentazione nostra, non ne permette l'utilizzazione pratica, almeno fino a quando l' industria non avrà saputo altrimenti utilizzare la grande riserva di amido ed il frutticoltore non avrà saputo volgerla a benefizio della polpa, tendendo con la selezione e l' innesto a ridurla in peso e volume, ad ottener frutti senza semi.

Sono importanti problemi biogeorgici, che attendono dalla Fisiologia e dalla Genetica sperimentale la soluzione loro.

Semi di Nespole (raccolto 1913).

I semi freschi, liberati dai tegumenti (quindi cotiledoni ed embrione), contengono:

Umidità	%	54,20
Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	»	0,0769
» » glucosidico	»	0,0157
» » totale	»	0,0926
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl) . . .	»	3,50

e riportando il calcolo su materia secca:

Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	%	0,1679
» » glucosidico	»	0,0342
» » totale	»	0,2021
Sostanze proteiche	»	7,63

Semi secchi del 1914.

Umidità	%	11,80
Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	»	0,1438
» glucosidico	»	0,0314
» totale	»	0,1752
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl) . . .	»	0,84

e riportando il calcolo su materia secca:

Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	%	0,1637
» » glucosidico	»	0,0356
» » totale	»	0,1993
Sostanze proteiche	»	6,250

Semi secchi del 1915.

Umidità	%	13,20
Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	»	0,2090
» » glucosidico	»	0,0400
» » totale	»	0,2490
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl) . . .	»	6,25

e su materia secca:

Ac. cianidrico libero e semicombinato . .	%	0,2420
» » glucosidico	»	0,0460
» » totale	»	0,2880
Sostanze proteiche	»	7,20

Semi secchi del 1919, analizzati nel 1920.

Acqua	%	11,20
Acido cianidrico libero	»	—,—
» » glucosidico	»	—,—
» » totale	»	0,05
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl)	»	2,75

e su materia secca:

Ac. cianidrico totale	%	0,056
Sostanze proteiche	»	3,09

Semi verdi del 1919, analizzati nel 1920.

Acqua	%	47,69
Acido cianidrico libero	»	—,—
» » glucosidico	»	—,—
» » totale	»	0,18
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl)	»	1,76

e su materia secca:

Ac. cianidrico totale	%	0,34
Sostanze proteiche	»	3,36

Semi verdi del 1920.

Acqua	%	47,28
Acido cianidrico libero	»	—,—
» » glucosidico	»	—,—
» » totale	»	0,10
Sostanze proteiche (Met. Kjeldahl)	»	1,42

e su materia secca:

Ac. cianidrico totale	%	0,18
Sostanze proteiche	»	2,69

Tegumenti (media dei raccolti 1913-15)

Umidità	%	5,00
Ac. cianidrico libero	»	0,0027
» » glucosidico	»	tracce
» » totale	»	0,0027

e su materia secca:

Ac. cianidrico libero	%	0,0028
» » glucosidico	»	tracce
» » totale	»	0,0028

In queste determinazioni l'ac. cianidrico totale è il dato più attendibile rispetto all'ac. cianidrico libero ed al glucosidico.

Lo stato glucosidico è molto labile sì da passare facilmente nell'altro, non appena i cotiledoni o frammenti loro vengono in contatto col fermento. Solo i cotiledoni perfettamente integri ed alquanto spessi possono conservare dell'acido allo stato glucosidico, se analizzati immediatamente dopo la rapida immersione loro in acqua bollente per evitare l'azione del fermento.

L'acido solforico dell'essiccatore, in cui semi freschi vennero conservati fino al loro essiccamento completo, conteneva appena tracce di acido cianidrico.

Non si rivela alcuna relazione fra sostanze proteiche ed ac. cianidrico, che aumentano in conseguenza dell'essiccamento.

L'acqua riducesi, per effetto dell'essiccamento naturale, dal 54 all'11 %; ma nei semi conservatisi verdi da un anno all'altro non diminuisce affatto. Il che dimostra l'importanza sua nel processo fotosintetico ed in quello cianogeno.

Un'indagine supplementare ritenni opportuno di condurre sia sulle muffe, che di preferenza si svolgono sui semi ancora coperti di tegumenti o men di rado sui cotiledoni nudi, sia ancora sulle deiezioni della larva di una farfallina, la *Plodia interpunctella*. Questa depone negli ovari ancora giovani le uova, producendo la erosione della massa cotiledonare, tanto più rapida quanto più rapidamente — con la perdita della clorofilla e dell'acqua — i semi disseccano.

Nei vasi, in cui si conservano tali semi, si raccolgono al fondo, da un anno all'altro, masse notevoli di deiezioni e detriti sia di tegumenti che di cotiledoni, che per azione di altri agenti si disgre-

gano sì da far distinguere i cacherelli dalla polvere più fina derivata dalla disgregazione loro. La separazione meccanica, facile a mezzo di un crivello di seta per l'abburattamento della farina all'85 %, non lascia però riconoscere differenze, sia qualitative che quantitative, fra la polvere e le deiezioni solide, limitatamente almeno al contenuto in ac. cianidrico ed in azoto.

Non si rivela infatti ac. cianidrico libero. Solo l'emulsina mette in libertà nei due campioni lievissime tracce di ac. cianidrico, riconoscibile alle cartine picro-sodate.

La determinazione dell'azoto dette per la polvere dei detriti 1,05 %, per le deiezioni grossolane 1,12 % di azoto, in conseguenza forse di lievi tracce di materiali azotati trasportati nell'intestino.

L'esame microscopico rivelava il predominio di granuli di amido, alquanto arrotondati dall'azione digestiva e facilmente riconoscibili alla reazione con l'jodo, oltre che rari filamenti fungini.

Per quanto l'ac. cianidrico sia abbastanza diffuso nei vegetali e riscontrabile anche in quelli in cui non era prima sospettato, pure le lievi tracce rinvenute nelle deiezioni di larve che fin dall'inizio del loro sviluppo han dovuto ingerirne senza danno, dimostra la poca importanza della pretesa azione protettrice dei composti cianogeni verso parassiti animali, di solito più voraci e meno resistenti di piccole larve.

Altra prova della inefficacia dell'azione protettiva contro parassiti vegetali mi fu possibile avere dall'esame delle muffe più comuni (*Penicillium glaucum, Mucor stolonifer, Trichotecium roseum*), che, frequenti sui tegumenti — rimasti più o meno intrisi del succo della polpa — non mancano sui cotiledoni, verdi o secchi che siano.

L'esame dei tegumenti muffiti, accuratamente separati dai cotiledoni, e delle muffe di questi rivelò la presenza di tracce appena sensibili di ac. cianidrico alle cartoline cianoscopiche. Il che, a mio sapere, esse non fanno su sostrati privi di sostanze cianogene.

Quanto al metodo analitico, seguito per la determinazione dell'ac. cianidrico, basti qui accennare che il metodo usato dal Treub per la determinazione dell'acido cianidrico libero nei vegetali consisteva nell'immergere gli organi in acqua bollente e poi distillare immediatamente la massa in corrente di vapor acqueo. Nel distillato ricercava l'acido cianidrico considerandolo come preesistente nei tessuti allo stato libero.

Il metodo, come rilevò il Guignard, venne riconosciuto poco rigoroso, poichè gli enzimi non sono colpiti istantaneamente dalla temperatura dell'acqua bollente che permette loro di agire attra-

verso le cellule lese, sui glucosidi e di determinarne la scissione idrolitica con sviluppo dell'acido cianidrico.

Il Guignard consigliò, quindi, di sostituire all'acqua l'alcool bollente. Treub stesso, riconoscendo l'imperfezione del suo metodo, sostituì soluzioni di cloruro sodico bollenti a 106°, avendo cura di introdurre gli organi od i tessuti in esame nella soluzione anzichè versar la stessa su quelli.

Ad onta dei metodi così modificati, si trova l'acido cianidrico in quantità minore di quello che si supponeva preesistente. Per questo, trattandosi di foglie si consiglia d'immergerle una per volta nell'acqua bollente per non arrestarne l'ebollizione, rendere questa previamente alcalina con alcune goccie di soluzione di potassa caustica per fissare l'acido cianidrico allo stato di cianuro potassico,

Il liquido ottenuto si acidifica con acido tartarico per mettere l'acido prussico di nuovo in libertà, si distilla col vapor acqueo e nel distillato si eseguono i saggi per la ricerca dell'acido prussico.

Si è potuto riconoscere la presenza di quest'acido anche in piante che prima non si sospettava lo contenessero, mettendo in dubbio la nozione dell'acido cianidrico libero, ed ammettendo invece — come innanzi ho detto — che esso si trovi sempre allo stato di glucoside.

Un cenno meritano i Metodi di Guignard, di Francis e Connell.

Metodo di Guignard

La ricerca dell'ac. cianidrico libero non dà sempre risultato positivo anche alla reazione sensibilissima del reattivo di Guignard.

La percentuale dell'ac. cianidrico glucosidico si dovrebbe calcolare dalla quantità di ac. cianidrico totale meno quella di acido cianidrico libero. Ma stante appunto la estrema labilità dell'ac. cianidrico glucosidico, si è preferito di dare in blocco quello totale.

Per saggi qualitativi, o meglio orientativi, rapidi ed abbastanza sicuri, rendono buoni servigi le cartoline picro-sodate, preparate appunto col reattivo di Guignard, capaci di rivelare quantità estremamente piccole di acido cianidrico. Questo dà con l'acido picrico, in presenza di alcali, l'acido isoporpurico, la cui colorazione in porpora si produce ordinariamente a caldo, ma si manifesta egualmente a freddo in qualche ora.

Secondo la quantità di acido e la temperatura, la colorazione è più o meno rapida ed intensa. Con gr. 0,00005 di ac. cianidrico,

essa diventa rosso-arancio dopo 12 ore; gr. 0,00002 la colorazione è percettibile dopo 24 ore.

È da notare che l'ac. solfidrico — il quale dà con l'ac. picrico e con gli alcali un color rosso dovuto all'ac. picramico, non si colora con il reattivo Guignard. La colorazione potrebbe apparire se il reattivo fosse preparato non col carbonato di soda, ma con alcali caustico, mentre la presenza di ac. solfidrico potrebbe essere riconosciuto con l'acetato di piombo. Per la ricerca di tracce di acido cianidrico le cartoline picro-sodate non offrono perciò gl'inconvenienti di quelle preparate con la tintura di guajaco e con solfato di rame. Hanno il pregio di conservarsi a lungo, specialmente al buio.

Metodo di Francis e Connel.

Del materiale tritato 50 gr. vengono trattati con 100 cc. di acqua poi successivamente si acidifica con 50 cc. di ac. solforico conc. e se ne distillano circa 150 cc. su di una soluzione al 4 % di idrato potassico, addizionata di 1 cc. di solfuro giallo di ammonio ed evaporato a secchezza su bagno maria. Ripreso con 10-15 cc. di acqua calda e acidificato appena con ac. cloridrico diluito, vi si aggiunge ½ cc. di ac. cloridrico diluito e si fa bollire per 5 minuti.

Si filtra su filtri tarati fino ad eliminare il solfo libero. La presenza di ac. cianidrico, dopo aggiunta di cloruro ferrico, è indicata da colorazione rosso-ciliegia, ma se in gran quantità, la soluzione diventa di un giallo limone. Se la soluzione fosse rimasta alcalina, il ferro vi sarà precipitato — il che si può correggere aggiungendo alcune goccie di acido. La quantità di cianuro potassico è determinata paragonandone il colore a mezzo di soluzioni campionate di un colorimetro.

La soluzione campione risulta di 15 gr. di tiocianato potassico in un litro di acqua, campionata gravimetricamente con nitrato di argento in modo che 1 cc. corrisponda a 14,92 mg. di solfocianuro potassico, il quale è equivalente a 10 mg. di cianuro potassico.

Come variazione a questo Metodo, Slade ha osservato che se i tessuti macerati vengono messi a distillare con ac. solforico, il distillato presentasi giallo e, se trattato successivamente con cloruro ferrico, dà un precipitato verdiccio o bruno, che maschera il colore del tiocianato. Consiglia perciò di ricorrere all'idrolisi, previa azione di enzimi, contenuti sempre nella pianta col glucoside cianogenetico.

Willaman e West trovarono che per il Sorgo si ha idrolisi completa in due ore appena, sicchè in tutte le prove di questi due fisiologi la digestione del materiale fu limitata a due ore, dopo di cui l'acido cianidrico venne distillato e determinato.

* * *

Per conoscere la localizzazione dell' acido cianidrico nelle piante il Treub servivasi del metodo microchimico consistente nel trattare i vari tessuti con una soluzione ferroso - ferrica: la presenza dell' acido cianidrico è rivelata dalla formazione dell' azzurro di Berlino che rimane fissato sugli oggetti in esame.

Così operando, l' acido cianidrico si presentava specialmente localizzato nel libro. Nelle foglie può trovarsi anche fuori degli elementi liberiani, se trattasi di organi ancor giovani: col progredire dell' età esso diminuisce, fino alla completa scomparsa all' epoca della caduta. Nel lembo l' acido prussico è localizzato, oltre che in tutto il parenchima, specialmente nelle cellule basilari dei peli e nelle cellule cristallifere contenenti cristalli di ossalato calcico.

Nella corteccia e nel midollo l' acido trovasi localizzato in cellule speciali, che sono più numerose nei fusti, i cui apici subiscono un periodo d' arresto nello sviluppo anzi che in quelli allungatisi ininterrottamente. In queste cellule speciali l' acido cianidrico non trae origine dal libro ma vi si forma anche quando per condizioni particolari è scomparso da esso: il numero di siffatte cellule è tanto maggiore quanto più la pianta ha od avrà bisogno in quei luoghi di sostanze plastiche.

Però, in cotiledoni alquanto spessi e zeppi di amido, l' esame della localizzazione dell' ac. cianidrico riesce difficile.

Da queste prove comparative risulterebbe che la presenza dell' acido cianidrico è relativa all' attività dei tessuti, quindi nei coni vegetativi e in altri tessuti meristematici sarebbe più frequente che in quelli adulti. Sarebbe anche relativa all' attività del ricambio materiale e della produzione di sostanze plastiche. Nei semi — che sono organi in riposo — le funzioni di ricambio son lente, epperò non possono offrire risultati evidenti.

In relazione a questo fatto sta l' altro per cui nelle cellule speciali ancor giovani il nucleo e citoplasma sono ben riconoscibili. Coll' avanzare dell' età la distinzione scompare ed esse mostrano di contenere con l' acido cianidrico una sostanza rifrangente e omogenea, identificata per una proteina. Col progredire dell' età la reazione dell' acido cianidrico si fa meno marcata di quella delle sostanze proteiche finchè si trovano cellule speciali che non contengono più acido prussico, mentre permangono i depositi di proteina.

Anche dove si accumulano materiali plastici, come per es. al disopra delle incisioni anulari, praticate su fusti e su picciuoli, riscontrasi la presenza di cellule ad acido cianidrico. Ciò conferma il concetto che quest'acido non è soltanto immagazzinato, ma trasportato nel libro, in relazione con l'ufficio di questo quale tessuto conduttore.

La sede principale della formazione dell'ac. cianidrico è certamente la foglia, come dimostra l'accumularsi del principio nella lamina quando si pratichi l'incisione anulare nel picciuolo. Condizione principale della sua formazione è la presenza della luce, ed infatti le esperienze eseguite su svariate piante cianogene hanno dimostrato che le foglie al buio perdono il principio, che poi ricompare alla luce.

L'azione della luce nella formazione dell'acido cianidrico è soltanto indiretta, in quanto essa permette con la funzione clorifilliana la sintesi degli idrati di carbonio. Impedendo questo col portare piante intere o foglie staccate in atmosfere prive di anidride carbonica, pur lasciandole esposte alla luce solare, l'acido cianidrico subisce una forte diminuzione o scompare interamente. Formasi invece anche al buio quando le foglie abbiano a disposizione loro — magari somministrate artificialmente — delle sostanze zuccherine.

L'acido cianidrico formerebbesi quindi solo in presenza di idrati di carbonio. Il che dimostra l'importanza della presenza nei semi della clorofilla per la formazione di carbidrati.

Sebbene capaci d'inverdire e di assumere una colorazione anche intensa, i cotiledoni non si espandono mai in appendici fogliari, epperò non passano dalla funzione di riserva a quella elaborante.

Anche quando siano esposti alla luce diffusa, cioè messi nelle condizioni migliori per raggiungere la massima intensità colorante su piante allevate in soluzioni nutrienti, essi non si atteggiano a lamine fogliari, neppure se si sopprime l'apice della piantina — come suol farsi per provocare la trasformazione dei cotiledoni in organi appendicolari.

Ho già mostrato come le due facce dei cotiledoni si differenziano per la diversa natura anatomo-fisiologica, in quanto la presenza di cromatofori si verificherebbe alla pagina inferiore, quella di corpi amilogeni nella pagina superiore, cioè in quella fisiologicamente predestinata alla funzione fotosintetica, per quanto questa si riduca al breve tempo della germinazione e non possa compiersi nelle condizioni naturali, essendo i cotiledoni ipogei.

Cenno sintetico.

A parte l'importanza che l'ac. cianidrico può avere nella formazione degli albuminoidi — secondo l'ipotesi del Treub ed il contributo sperimentale del Ravenna — alla Fisiologia importa chiarire perchè la perdita della clorofilla causi quella del potere germinativo dei semi del Nespolo nipponico.

Tale perdita non procede parallelamente a quella del contenuto in ac. cianidrico, chè anzi questo persiste anche quando, per effetto dell'essiccamento, il contenuto d'acqua scende fino al 10 %.

Che la formazione di sostanze cianogene dipenda pure dall'azione della luce, la quale ne promuoverebbe la sintesi con i carboidrati dai composti inorganici azotati (nitrati), è possibile, ma non è facile provare sperimentalmente, essendo i cotiledoni organi non elaboranti ma di riserva.

Il comportamento particolare di questi semi di germinare finchè sono verdi (almeno nella cupola embrionale) e di perdere la facoltà germinativa col perdere della clorofilla e dell'acqua (disseccando) fa pensare che la funzione clorofillica e quella cianogena siano concomitanti od anche indispensabili alla germinazione, per il fatto che la reazione cianidrica (col reattivo di Guignard), evidente nei semi verdi o freschi, non lo è più in quelli secchi.

Rimane quindi a stabilire se tra la funzione clorofillica e quella dell'accumulo di ac. cianidrico esista una correlazione. Ora, sebbene gli elementi clorofillici abbondino verso la periferia dei cotiledoni, uguale localizzazione non è ancora svelata per i composti cianidrici in particolari elementi cianogeni.

Se l'esame microscopico, confortato da buoni reattivi microchimici, potrà svelare e localizzare *elementi cianogeni,* condurrà certo ad un progresso notevole, nel senso della correlazione sopra indicata. Ma per ora le sostanze proteiche non rivelano alcuna correlazione con quelle cianogene.

A giudicare dalla reazione colorimetrica con le cartine picrosodate, questa è massima alla periferia dei cotiledoni, per cui se questi vengono separati l'uno dall'altro, l'intensità della reazione colorante è massima nelle due superficie prima combacianti, mentre è minima se il seme viene tagliato trasversalmente per metà e provato in corrispondenza dei tessuti amiliferi.

Come si comportano i tegumenti? Verosimilmente da schermi, per attenuare la dispersione dell'ac. cianidrico. L'analisi ne rileva infatti appena tracce, che col tempo divengono sempre più lievi. Tolti da cotiledoni ancora freschi, essi reagiscono intensamente, non così quando la massa cotiledonare, disseccandosi, si contrae.

L'esame anatomico avendo rivelato formazioni a rima alla superficie esterna dei tegumenti, è probabile che attraverso di esse possa avvenire la diffusione di gas cianidrici. Tenendo immersi per alcune ore in acqua i semi e poi mettendoli in contatto di cartine cianoscopiche, la reazione per quanto lieve, rivelasi più intensa in corrispondenza della zona immediatamente esposta o combaciante col seme (p. e. in un tubo, dove siano disposti a colonna, in zone o macchie scalariformi), non per azione diretta dei tegumenti, ma per quella indiretta dei cotiledoni sottostanti.

Non pochi fisiologi sono oggi partigiani dell'ipotesi che considera, come fu detto, l'acido cianidrico quale il composto azotato organico più semplice che si forma nella sintesi delle sostanze albuminiche o proteiche, nello stesso modo che l'aldeide formica sarebbe il più semplice composto organico che si origina nella fotosintesi dell'amido. L'altra ipotesi assai semplicista, che l'ac. cianidrico possa servire a proteggere le piante dagli attacchi di parassiti, pare poco attendibile, se si pensa — come osservò Treub prima, Ravenna poi — che le piante cianogene invece di allontanare gli animali, sembrano essere gradite da certi insetti, che le attaccano per nutrirsene, causando danni non lievi. Il fatto che larve e muffe vivono, senza danno, sui cotiledoni, rivelando tracce di ac. cianidrico nelle deiezioni e nel micelio, non parla a favore della funzione protettiva.

Così pure sarebbe senza base sperimentale la supposizione che considera l'acido cianidrico come un prodotto di rifiuto originatosi nella retrogradazione delle sostanze albuminiche perchè, indipendentemente dal modo con cui si compie la cianogenesi, cioè dalle materie zuccherine e dai composti azotati inorganici, si osserva la formazione di acido cianidrico in certe cellule ed in condizioni tali in cui l'origine da una proteina non può essere ammesso.

La prima ipotesi è certo la più seducente e sebbene ammessa prima dal Gautier, su vedute puramente teoriche, ha acquistato, col tempo, un buon grado di probabilità.

La microchimica potrà segnare ancora la via per chiarire alcuni punti qui accennati. Il compito maggiore incombe però alla chimica fisiologica.

LETTERATURA

COMBES R., *La chute des feuilles*, « Rev. gén. de Botanique », XXIII. (1911) p. 129-65.

DEZANI S., *Comportamento dell' ac. cianidrico iniettato nelle piante*, « Arch. di Farm. Sper. e Scienze affini », Roma, 1913.

— *Riduzione dell' ac. cianidrico ad opera dei succhi delle piante*, « Atti II. Congr. Naz. Chim. appl. », Torino, 1911.

FRANCIS C K. CONNELL W. B., *A colorimetric method for determining hydrocyanic acid in plants etc.*, « Journ. Amer. Soc. Chem. », V. 25.

GUIGNARD L., *Le haricot à acide cyanhydrique*, Phaseolus lunatus. « Ann. des falsifications », IX, pp. 301-05.

— *Sur la métamorphose des glucosides cyanhydriques pendant la germination*. C. R., 1908, p. 1023.

LOPRIORE G., *Studi anatomo-fisiologici sui semi del nespolo del Giappone*, « Atti Accad. Gioenia », Catania, 1909.

— *Note sulla germinazione dei semi del nespolo del Giappone*, « Ibidem », Catania, 1909.

PAGNIELLO A., *L' ac. cianidrico e sua funzione nelle sintesi organiche naturali ed artificiali*, « Tip. e Libr. Emiliana », Venezia, 1912.

RAVENNA C., *L' ac. cianidrico e la sintesi delle sostanze proteiche nei vegetali*, « Bios », p. 55-76, Genova, 1913.

— e ZAMORANI, *Formazione ac. cianidrico nella germinazione dei semi*, « Rend. Acc. Lincei », Roma, 1910.

— e VECCHI C., *Formazione dell' ac. cianidrico nella germin. dei semi*, « Ibidem », Roma, 1911.

SLADE H. B., *Prussic acid in* Sorghum, « Journ. Amer. Soc. Chem. », V. 25, 55-59.

SOAVE M., *Sulla funzione fisiologica dell' acido cianidrico nelle piante*, « Le Staz. Sper. Agr. Ital. », Vol. XXXI, p. 501-524.

TREUB. M., *Nouvelles recherches sur le rôle de l' ac. cyanhydrique dans les plantes vertes* (II). « Ann. Jard. bot. de Buitenzorg », 2.ª série, t. VI. 1907, pp. 79-106.

VINTILESCO I., *Recherches biochimiques sur quelques sucres et glucosides*, « Thèse pour le Doctorat ès Sciences nat. », Paris, 1911.

WILLAMAN J. J. WEST R. M., *Notes on the hydrocyanic acid content of* Sorghum, « Journ. of. agric. research », IV, 179-85.

C. MINOZZI

Nota complementare alla tōpografia e alla fauna della grotta di S. Maria M. sul monte Vallestra

Nel mio precedente lavoretto [1]) sulla grotta di S. Maria Maddalena del monte Vallestra in provincia di Reggio Emilia, descrivendo la galleria di destra, segnalai una fenditura. che trovavasi quasi alla fine di questa galleria, dall'altezza di 75 centimetri che lasciava scorgere un'ampia camera che, allora non m'interessai di visitare, sia per lo stretto cunicolo di accesso in parte ostruito da massi di calcare, sia perchè la camera pure ingombra di grossi blocchi non mi lasciava vedere se oltre la grotta continuasse e poi mi parve che la camera non presentasse condizioni ambientali abbastanza buone da dare ricetto ad artropodi.

Debbo ora, di tale fatto, ricredermi, poichè in due successive visite fatte l'una nell'agosto e l'altra nel settembre 1919, potei coll'aiuto di alcuni uomini rimovere in parte i blocchi che rendevano troppo angusto il passaggio per la fenditura sopra detta e, con non lieve fatica, entrare nella camera.

La camera, di cui ho già nel mio lavoretto dato la forma e le misure, si continua scendendo in basso e in direzione sud-sud ovest, con una galleria che in molti punti si fa più o meno alta, più o meno larga, per una lunghezza di circa duecento metri, e di cui più oltre non è possibile proseguire.

Il percorrere questa nuova galleria, che credo sinora non mai stata visitata, è molto disagevole per i continui salti che si verificano e per il pericolo, se non si hanno certe precauzioni, di far cadere dalla volta qualcuno dei numerosi massi di calcare di cui taluni, sembrano, da un momento all'altro precipitare sul visitatore.

---

[1]) Contributo allo studio della Speleologia Italiana. — La grotta di S Maria Maddalena sul monte Vallestra (Reggio E.) — *Boll. della Società Ent. Ital.*, Anno XLVIII, 1916, pp. 164-174.

L'umidità di questo nuovo tratto di galleria è abbondante per i numerosi stillicidi che si contano nella sua volta, che è tutta nella sua lunghezza e larghezza coperta di una crosta stallatitica come s'incontra in sul principio nell'entrata della galleria.

Il suolo, dopo aver oltrepassato la camera, che come si è detto è cosparsa di blocchi di calcare, è, per circa una cinquantina di metri, ghiaioso, misto a pezzi più o meno grossi di calcare che rovinano dalla volta e dalle pareti; più oltre e sino alla fine il suolo è fangoso, di un fango rossastro ed estremamente appiccicaticcio.

Le raccolte faunistiche che ho fatto in questo ultimo tratto di galleria e nella camera sono state molto proficue. Oltre a diversi esemplari dell'*Anophthalmus Andreinii subsp. Minozzii Dod.*, ho raccolto otto esemplari tra maschi e femmine di una *Dolichopoda* che descrivo come subspecie nuova della *D. palpata Sulz*, tre individui dell'*Obisium* pure nuovo, uguali all'esemplare già segnalato nel mio citato lavoretto e che il Sig. E. Simon riconobbe nuova specie ma che non descrisse, e una diecina di ***Oligocheti*** che riporto, con dubbio, al genere *Allolobophora* sp. e, che qui non ne farò più altro cenno.

Orthoptera (*Stenopelmatidae*).

Dolichopoda palpata Sulz. [1]) subsp. *Laetitiae* n. subsp.

Femmina. — Colore ferrugineo più o meno intenso. Antenne, palpi e tibie sempre un po' più chiari. Tubercolo frontale nero. Torace e primi due tergiti dell'addome marginati di bruno nella parte posteriore.

Testa a forma ovale, del doppio più lunga che larga a superficie liscia, con qualche raro peluzzo. Palpi labiali, mascellari e antenne uniformemente pubescenti; quest'ultime lunghe cinque volte tanto la lunghezza del corpo (escluso l'ovopositore). Occhi piccoli e collocati molto vicino alle fossette antennali. Tubercolo frontale piccolo, profondamente solcato sulla sua linea mediana e i due piccoli cornetti che così ne risultano sono appuntiti all'apice.

Torace, superiormente, finemente zigrinato e cosparso di corte e robuste setole; inferiormente liscio con qualche lunga setola. Pro-

---

[1]) La sinominia di questa specie è stata precisata da L. Chopard, nelle sue *Notes sur deux espèces du genre Dolichopoda* Bol. — Bull. de la Soc. Ent. de France. Séance du 10 octobre 1917, pp. 265-268.

noto molto più lungo del mesonoto e del metanoto, coi lati e margine anteriore, leggermente marginati; un po' ristretto all'innanzi e cogli angoli arrotondati. Mesonoto e metanoto poco differenziati; il primo un po' più corto del secondo.

Addome relativamente piccolo, compresso ai lati, con una corta pubescenza color fulvo; ogni sternite nella sua linea latero-mediana provvisto di una leggera fovea.

Ovopositore poco lungo, gracile, curvato nella sua metà anteriore, all'in su, verso l'addome, colla valva inferiore affatto sprovvista di denticolazione.

Cerci lunghi quasi quanto l'ovopositore.

Zampe lunghe e deboli con tutti i femori armati all'apice di due spine. Tibie anteriori e intermedie di ugnale lunghezza; le prime provviste da cinque a sei spine, compreso le apicali, sulla faccia superiore; da dodici a quattordici nella faccia inferiore, le apicali in questo lato molto più lunghe e più grosse; le seconde egualmente armate per numero e disposizione di spine, solo le due apicali della faccia inferiore più piccole e più corte delle due della tibia anteriore. Tibie posteriori con 45-48 spine, compreso le apicali intermedie, sulla faccia superiore; inferiormente da sette a nove; ai lati fra le quattro spine apicali, due lunghi e grossi sproni.

Tarsi delle zampe anteriori, sia nella femmina che nel maschio, più robusti dei tarsi delle altre zampe.

Lunghezza	totale del corpo	mm.	15 — 17
»	dell'ovopositore	»	5,5 — 6
»	dei cerci	»	5 — 5,5
»	dei femori anteriori . .	»	6 — 6,3
»	delle tibie »	»	7 — 8
»	dei femori posteriori . .	»	19 — 20
»	delle tibie »	»	22 — 22,5.

Maschio. — All'incirca uguale alla femmina, in generale un po' più piccolo e, il colore fondamentale più scuro. Il 10.° sternite è leggermente arrotondato cogli angoli poco pronunciati; la lamina sottogenitale a lobi piccoli e appuntiti. Gli stili ben sviluppati.

Lunghezza totale del corpo mm. 14-15,7.

Otto esemplari, come ho detto più sopra, cinque femmine e tre maschi, raccolti nella grotta di S. Maria M. sul monte Vallestra nell'agosto e settembre 1919.

Sono stato molto indeciso prima di accingermi alla descrizione di questa *Dolichopoda,* se farne una specie a sè, oppure una subspecie della *D. palpata* Sulz. Infatti i caratteri generali su per giù non differiscono di tanto da questa specie ma poi l'armatura delle tibie e il 10.° sternite nel maschio sono molto differenti, caratteristica poi è la mancanza assoluta di ogni traccia di denticolazione alla valva inferiore dell'ovopositore.

È certamente più affine alla *D. palpata Azami* Saulcy, ma anche da questa se ne discosta per la mancanza di spine nei lati interni e esterni delle tibie e per il 10.° sternite nel maschio arrotondato, anzichè troncato come nella *D. palpata Azami* Saulcy e per i lobi della lamina sottogenitale, piccoli e terminati a punta.

La mancanza di un materiale più abbondante da potere così circoscrivere meglio i caratteri di questa nuova forma di *Dolichopoda* mi ha fatto quindi decidere di descriverla intanto come subspecie della *D. palpata* Sulz. in attesa di poter raccoglierne altri esemplari che un ulteriore studio più dettagliato daranno agio di poter fissare meglio la posizione sistematica di questa *Dolichopoda.*

Chernetes (*Obisiidae*).

Obisium (*Blothrus*) *Martae* n. sp.

Pedipalpi, cheliceri e cefalotorace di colore ferrugineo; addome superiormente coi segmenti brunastri, inferiormente tutto di un bianco-sporco, come pure di questo medesimo colore sono le zampe, salvo le loro articolazioni che sono oscurate.

Pedipalpi più lunghi del corpo che sorpassano per tutta la lunghezza delle dita; provvisti di numerose setole lunghe e semplici, con poche altre più brevi e grosse. Le coste esterne ed interne nei lati superiori e inferiori del primo, secondo e terzo articolo, leggermente tubercolate. Dita lunghe del doppio della mano, gracile e ripiegate ad uncino all'apice.

Cheliceri molto sviluppati; lunghi un poco più della metà del cefalotorace, con quattro setole sulla loro superficie dorsale, di cui una alla metà circa del dito mobile, un'altra alla base del dito immobile e inserita su di un tubercoletto, le altre due collocate un poco più indietro e ciascheduna entro a una fossetta. Dito mobile molto più lungo dell'immobile; il primo ottuso all'apice leggermente sinuato, nel lato interno, dalla base sino alla metà, da questa, all'apice con tre o quattro dentini che precedono un grosso

e robusto dente apicale; il secondo terminante a punta acuta e provvisto di sei o sette dentini subuguali fra di loro. Galea mancante. Serrula ben sviluppata, striata nel senso trasversale e provvista nel lato interno di una denticolazione che è molto forte all' apice.

Mascelle brevi e tozze, a margine anteriore tubercolato e fornite di sei setole di cui quattro sulla linea mediana e convergenti verso l'interno, le altre due poste all'apice degli angoli interni e divergenti all' infuori.

Occhi in numero di quattro, l'anteriore leggermente più piccolo del posteriore, poco convessi; l'occhio posteriore poi è provvisto al suo margine anteriore di una breve e grossa setola.

Cefalotorace ristretto all'innanzi, poco più lungo che largo a margine anteriore lievemente sinuato e con una piccola appendice triangolare collocata nel mezzo di questo margine. Poche e corte setole sulla superficie dorsale e ventrale.

Addome lungo due volte e mezzo il cefalotorace, a lati subparalleli, colla parte posteriore arrotondata; 1-10 tergiti e sterniti a superficie liscia provvisti posteriormente di numerose setole inserite in un punto infossato (non fossetta), l'ultimo urite le setole oltrechè più numerose sono collocate su piccoli granuli, il tergite di questo segmento è poi fornito a metà della sua linea longitudinale mediana di un grosso tubercole mammellonare.

Zampe lunghe e deboli, provviste di numerose setole. Unghie robuste e poco arcuate.

Lunghezza del corpo mm. 4,5; dei pedipalpi mm. 5,5-6; dei cheliceri mm. 0,55.

Tre esemplari raccolti vagliando del terriccio molto umido che presi quasi al termine della galleria di destra, della grotta di S. Maria M. agosto e settembre 1919.

Castelvetro, agosto, 1920.

Sopra un Gas di Guoio distribuito nel dopo guerra alla città di Modena.

Nota di G. BIANCHI

Per l'altissimo costo del fossile, si è, nel dopo guerra, durante il biennio 1919-1920, dall'Azienda Municipalizzata del Gas, fabbricato e distribuito alla città di Modena, in sostituzione del gas illuminante ordinario, un gas prodotto mediante la gasificazione di cascami di cuoio ossia di vecchie scarpe militari, ormai inadatte a qualsiasi riparazione, e di cui si erano durante la guerra, ammassati ingenti depositi, nel paese vicino di Saliceta S. Giuliano.

L'apparecchio di produzione di questo gas di nuovo genere era costitnito da un ordinario gassogeno a torre, sotto la di cui griglia si introducevano vapor d'acqua e aria sotto pressione. Al di sopra della griglia stessa, nel primo strato avveniva la combustione completa ad anidride carbonica (CO_2) del « Coke » di cuoio, mentre superiormente, in un secondo strato di carbone rovente (zona di riduzione), l'anidride carbonica (CO_2) si trasformava in ossido di carbonio (CO) e la massa del corame più su ancora produceva, per distillazione secca, una miscela di idrocarburi.

Tale processo principale di gasificazione era poi accompagnato da fenomeni secondari, pei quali idrogeno e altro ossido di carbonio, si producevano anche per azione dell'acqua di raffreddamento della griglia. Il gas così prodotto, passava poi per gli ordinari apparecchi di condensazione e lavaggio e veniva depurato mediante l'ossido di ferro.

Orbene, di un gas di tal provenienza e di cui non ho trovato notizia nella letteratura, ho voluto e potuto occuparmi sommariamente, dal punto di vista tecnico, studiandolo così come lo si distribuiva alla città di Modena, dopo gli ordinari summentovati processi di condensazione, lavaggio e depurazione.

Non credo pertanto inopportuno riferire brevemente sulle indagini e sulle ricerche da me a tal proposito compiute.

Analisi tecnica del gas di cuoio.

Il gas su cui sperimentai fu sempre prelevato da una presa del Laboratorio di Chimica Generale della R. Università, situato in Via S. Eufemia 4.

Le analisi furono accuratamente eseguite seguendo il processo rapido ed esatto della *buretta di Bunte* per i gas direttamente assorbibili con appositi reattivi, quali l'acido carbonico: assorbibile dalla potassa caustica; gli idrocarburi pesanti: dall'acqua satura di bromo; l'ossigeno: dalla soluzione alcalina di pirogallolo e l'ossido di carbonio: dal cloruro ramoso ammoniacale; e seguendo il *processo eudiometrico* a mezzo di convenienti apparecchi, per i gas combustibili rimanenti, quali il metano e l'idrogeno. L'azoto infine fu determinato, previa sua identificazione per trasformazione in acido nitrico mediante scintillamento in eudiometro, come si usa di solito, per differenza.

Il processo eudiometrico veniva così condotto.

Il residuo gassoso, miscela di metano, idrogeno e azoto, rimasto dopo l'assorbimento dell'acido carbonico, idrocarburi pesanti, ossigeno e ossido di carbonio, prelevato nella misura di circa 10 cc. veniva mescolato con un volume all'incirca doppio di ossigeno puro, e bruciato per esplosione in un eudiometro Hoffmann; quindi nello stesso apparecchio eudiometrico perfettamente tarato, si misuravano la contrazione di volume (Vc) causata dall'esplosione e, per assorbimento con potassa caustica, il volume (Vk) di anidride carbonica nel contempo formatasi.

Risultando poi dalle seguenti equazioni di combustione:

a) $$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$$
1. vol. 2. vol. 1. vol. zero vol.

b) $$2H_2 + O_2 = 2H_2O$$
2. vol. 1. vol. zero vol.

1.° che nella combustione del metano, CH_4, si forma un volume di anidride carbonica, CO_2, uguale a quello del metano bruciato;

2.° che la contrazione prodottasi per la combustione del metano è doppia del volume del metano bruciato;

3.° che infine la contrazione prodottasi per la combustione dell'idrogeno è dovuta per due terzi all'idrogeno;

così si calcolavano le quantità rispettive, costituenti il miscuglio di metano, di idrogeno, e per differenza di azoto.

Siano: V cc. il volume della miscela gassosa di metano, idrogeno e azoto analizzati eudiometricamente, Vc cc. la contrazione di volume osservata e Vk cc. il volume dell'anidride carbonica formatasi; le quantità rispettive, espresse in cc., di metano (x), di idrogeno (y) e di azoto (z) costituenti V cc. saranno date da:

$$x = Vk$$
$$y = 2\,\frac{(Vc - 2\,Vk)}{3}$$
$$z = V - (x + y)$$

Da cui con semplici proporzioni si calcolavano le rispettive percentuali in volume.

Ecco pertanto, i risultati di due analisi tecniche complete, da me eseguite, applicando i metodi suaccennati, notando che i numeri trascritti nella seguente tabella, esprimono le rispettive percentuali in volume.

Risultati delle analisi chimiche.

			1. Analisi 5. 7. 1920	2. Analisi 7. 7. 1920
1. Acido carbonico	%	vol.	9,02	9,62
2. Idrocarburi pesanti	%	»	0,38	0,18
3. Ossigeno	%	»	0,4	0,36
4. Ossido di carbonio	%	»	23,17	22,7
5. Metano	%	»	1,7	1,5
6. Idrogeno	%	»	14,8	15,8
7. Azoto	%	»	50,53	49,84
			100 vol.	100 vol.

L'azoto, calcolato per differenza nelle due su esposte analisi, fu anche, come è stato già accennato, a scanso di ogni possibile errore di valutazione, identificato mediante la sua trasformazione, presso che completa in acido nitrico, per uno scintillamento in eudiometro, della durata di quasi 24 ore, in presenza di un eccesso di ossigeno e di soluzione di potassa caustica.

Dai dati analitici su esposti, con ovvie formule che la teoria suggerisce, si può calcolare, per il gas in questione, un potere calorifico medio, in cifra tonda, di circa *1300 calorie* [1]) e dai dati della seconda analisi, una densità gassosa di *0,8732 (aria = 1)* che concorda abbastanza bene con la densità di 0,8671 da me, sullo stesso gas, prelevato alla stessa presa, il dì 7 luglio 1920, sperimentalmente determinata.

Il gas così studiato, in conclusione, rientra, dal punto di vista tecnico, per la sua preparazione e per le sue proprietà, nella famiglia dei gas di generatori o di gassogeni e più precisamente ha una composizione di gas misto che lo fa rassomigliare molto al gas Dowson o gas povero.

Istituto di Chimica Generale della R. Università — Novembre 1920.

---

[1]) 1300 grandi calorìe per metro cubo di gas, preso a 760 mm. e a 15.°.

Di un Gas proveniente dalla distillazione secca di una miscela di legname, di lignite e di fossile.

Nota di G. BIANCHI

Nei mesi di aprile e maggio 1918, al colmo della nostra ultima guerra di redenzione, si distribuì dalla Società « UNION DES GAS » alla città di Modena, in sostituzione del gas illuminante ordinario, che non potevasi più fabbricare per la mancanza di fossile, un gas proveniente dalla distillazione secca di una miscela costituita, in peso, per la metà di legna da ardere del nostro Appennino, per un quarto di lignite xiloide di scadentissima qualità e per il restante quarto, di carbon fossile inglese.

Del resto il gas si preparava e si purificava, salvo l'aggiunta di potenti depuratori alla calce, per l'assorbimento dell'acido carbonico, con gli stessi processi industriali in uso, per la fabbricazione del gas illuminante ordinario [1]).

Dal punto di vista tecnico, un esame sommario di tal gas di legna, lignite e fossile, così come, previa la suaccennata depurazione, veniva distribuito alla città di Modena, non mi parve scientificamente inopportuno.

Eseguii perciò alcune analisi [2]) di cui credo ancora valga la pena, con questa mia comunicazione, di render noti i risultati.

---

[1]) Queste notizie mi furono gentilmente favorite dall'Ing. Giovanni Maissen, che io qui ringrazio sentitamente, e che era in quel tempo, Direttore dell'Officina del Gas di Modena, alle dipendenze della Società francese « Union des Gas ».

[2]) Gli apparecchi usati e i processi seguiti in queste analisi, furono quei medesimi, dei quali gioverà ora prender visione, e che io descrissi già, in altro mio precedente lavoro, pubblicato in questi stessi « Atti della Società dei Matematici e Naturalisti di Modena », sotto il titolo: « Sopra un gas di cuoio distribuito nel dopo guerra alla città di Modena ».

Specchio dei risultati delle analisi tecniche eseguite sul gas di legna, lignite e fossile.

	22/4 1918	23/4 1918	26/4 1918	26/4 1918	30/4 1918	30/4 1918	4/5 1918	4/5 1918
Acido carbonico . % vol	17,1	15,1	3	2,7	13,3	14	21,8	21,5
Idrocarburi pesanti » »	1,6	2	2,5	2,3	2,2	2,2	1,5	1,4
Ossigeno . . . . » »	—	2,7	4,2	3,1	4,4	4,1	3,4	3,8
Ossido di Carbonio » »	—	15,3	16,2	17,2	9,4	—	12,6	12,2
Metano. . . . . » »	—	13,8	16,7	16,7	14,1	—	10,4	9,2
Idrogeno . . . . » »	—	39,8	37,5	37,3	32,5	—	29,5	30,1
Azoto . . . . . » »	—	11,3	19,9	20,7	24,1	—	20,8	21,8
	—	100,0	100,0	100,0	100,0	—	100,0	100,0

Dal quadro precedente delle analisi tecniche, eseguite quasi sempre due a due, per un controllo che in pratica si rivelò opportuno, risulta una notevole incostanza nella composizione del gas, facilmente spiegabile con le inevitabili variazioni nella natura dei materiali costituenti la miscela distillata giorno per giorno; con le condizioni della erogazione [1]) del gas per cui facilmente aria poteva insinuarsi nelle condutture della rete di distribuzione, e cogli sbalzi enormi addirittura, nel contenuto dell'anidride carbonica, evidentemente imputabili all'irregolare e cattivo funzionamento degli aggiunti depuratori alla calce.

Comunque, prescindendo pure dall'incostanza della composizione e dalla manifesta insufficienza, facilmente del resto riparabile, dei depuratori alla calce usati; dai risultati delle analisi presentate, riesce, di questo gas di legna, lignite e fossile, distribuito durante

[1]) È da notarsi, per spiegare ciò che si è detto, che in quel tempo non c'era quasi mai pressione nella rete di distribuzione e che solo in certe ore del giorno, nei momenti del consumo, si concedeva una pressione ridotta che non si elevava mai al di sopra di una quarantina di millimetri di acqua.

la guerra alla città di Modena, sufficientemente lumeggiata la natura, stabilita la composizione e definito, dal punto di vista tecnico, il valore.

Infine può dirsi che il gas analizzato, per il suo forte eccesso di ossido di carbonio e dei costituenti inerti, quali l'acido carbonico, l'ossigeno e l'azoto e il suo grave corrispondente difetto dei costituenti migliori e essenziali quali gli idrocarburi pesanti, il metano e l'idrogeno, fu certo da tutti i punti di vista, non escluso quello igienico, un pessimo surrogato del gas illuminante ordinario.

Istituto di Chimica Generale della R. Università — Novembre 1920.

ALESSANDRO TERRACINI

Sulle superficie le cui asintotiche dei due sistemi sono cubiche sghembe

Nota Prima

SOMMARIO. — Notizie bibliografiche sulle superficie S le cui asintotiche, dei due sistemi, stanno in complessi lineari, n. 1. — Loro ripartizione in tre specie, n. 2. — Rappresentazione parametrica per le tre specie di superficie, nn. 3-6. — Le superficie S come inviluppo, n. 7. — Le congruenze direttrici del Wilczynski, per una superficie S, sono congruenze W, n. 8. — Altre proprietà relative alle superficie S di prima specie, nn. 9-10. — Due asintotiche curve di una superficie S, appartenenti a uno stesso sistema, sono proiettive, n. 11. — Costruzioni per le tre specie di superficie S, in particolare costruzione delle superficie S che hanno due assegnate asintotiche, n. 12.

Fra le superficie che si incontrano nella letteratura geometrica non sono molte quelle di cui si conoscono le asintotiche. Mi è parso perciò che potesse presentare qualche interesse lo studio delle superficie le cui asintotiche, dei due sistemi, appartengono al tipo proiettivamente più semplice di curve sghembe, quello delle cubiche sghembe.

Le superficie rigate, le cui asintotiche curvilinee sono cubiche sghembe sono tutte note in seguito a un lavoro del BIOCHE [1]); uno studio accurato su di esse si trova in una recente Memoria della signorina MANCINELLI [2]), a cui rimandiamo anche per altre citazioni su queste particolari superficie. Quanto alle superficie le cui asintotiche *dei due sistemi* sono cubiche sghembe (delle quali sole ci occuperemo), non mi consta che siano state studiate di proposito, per quanto alcuni tipi siano stati segnalati da vari Autori. Fra esse sono ben note la superficie d'area minima di ENNEPER [3]), del nono

---

[1]) *Recherches sur les surfaces algébriques qui admettent pour ligne asymptotique une cubique gauche*, « Bulletin de la Société Mathématique de France », t. 26 (1898).

[2]) *Sulle superficie rigate che hanno per asintotiche infinite cubiche gobbe*, « Annali di Matematica pura ed applicata », serie III, vol. XXIX (1920).

[3]) Cfr. p. es. DARBOUX, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, 2ᵉ ed., T. I, Paris (1914), pp. 374-376.

ordine e della sesta classe, colle superficie ad essa omografiche o correlative, e una superficie del sesto ordine e della sesta classe, mutata in sè da ∞^2 omografie [4]): altre citazioni saranno fatte più avanti.

Le superficie che godono della proprietà in discorso si suddividono in un numero assai rilevante di tipi proiettivamente distinti; ma non ho creduto che fosse il caso di spingermi a fondo nella loro classificazione. Si troverà dunque in questo lavoro, insieme con un procedimento per costruire tutte quelle superficie, una indagine sommaria sui caratteri che differenziano i vari tipi possibili, e qualche osservazione sui tipi che mi pare presentino maggior interesse.

Ma vorrei anche richiamare l'attenzione su alcuni risultati più generali che si troveranno in questo lavoro: essi sono connessi col metodo da me adottato per la ricerca. Mi è infatti sembrato che il procedimento più appropriato consistesse nello sfruttare la circostanza che le tangenti alle asintotiche, o, come si dice più brevemente, le asintotiche stesse, delle superficie in questione appartengono a complessi lineari. Orbene, delle superficie che godono di questa proprietà ho assegnato recentemente, in una Nota che sarà citata fra poco, una costruzione che, opportunamente completata, mi permette ora di conseguire, per la prima volta, una rappresentazione analitica in termini finiti di tutte quelle superficie. A questo scopo è appunto destinata la presente Nota prima, nella quale colgo anche l'occasione per segnalare alcuni altri risultati ad esse relativi, per quanto non tutti necessari per il seguito.

1. — Le superficie le cui asintotiche dei due sistemi appartengono a complessi lineari, come fu ripetutamente osservato, stanno in una semplice relazione con le superficie a linee di curvatura sferiche, dalle quali si deducono colla trasformazione di Lie che muta sfere in rette. In modo diretto, esse furono studiate da A. Peter [5])

---

[4]) Enriques, *Le superficie con infinite trasformazioni proiettive in sè stesse*, « Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti », serie VII, tomo IV (1893), e *Intorno alla Memoria " Le superficie con infinite trasformazioni proiettive in sè stesse "*, ibid., tomo V (1894); v. inoltre Lie, *Bestimmung aller Flächen, die eine continuirliche Schaar von projectiven Transformationen gestatten*, « Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig », Band 47 (1895).

[5]) *Die Flächen deren Haupttangentenkurven linearen Komplexen angehören*, Inaugural Dissertation, Christiania und Kopenhagen (1895). Non ci occuperemo qui delle rigate le cui asintotiche curve stanno in complessi lineari (delle quali è notissimo che sono, tutte e sole, le rigate aventi per generatrici rette di una stessa congruenza lineare).

(sviluppando concetti precedentemente indicati dal LIE [6])), il quale, essenzialmente, mostrò come la determinazione di quelle superficie si possa ricondurre a quadrature, ottenendo formole finali assai complicate e ingombre di simboli d'integrazione. Successivamente il KÉRAVAL [7]) ritornò, indipendentemente dal PETER, sul medesimo argomento, risolvendo completamente il problema nel caso in cui gli assi dei complessi di un sistema (e conseguentemente quelli dell'altro) costituiscono un fascio di rette parallele (cfr. più avanti il n. 4); ma nel caso generale si limitò a trattare il problema colle note formole di LELIEUVRE senza giungere a liberarle dalle quadrature. Più recentemente il SULLIVAN [8]) ha ripreso lo studio diretto di tali superficie servendosi della rappresentazione, dovuta al WILCZYNSKI, di una superficie mediante un sistema di due equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine: egli giunge in tal modo a stabilire una forma canonica per il sistema di equazioni rappresentante una superficie le cui asintotiche appartengono a complessi lineari, in relazione colla quale osserva varie proprietà di queste superficie. Ma l'integrazione di quel sistema differenziale manca nel suo lavoro, e solamente in un caso particolare è stata fatta dal WILCZYNSKI [9]). Nelle ricerche del SULLIVAN è posta in uno stretto legame geometrico con ogni superficie in questione una quadrica, che già appariva nel lavoro del PETER, per quanto con significato puramente analitico. Una nuova relazione

---

[6]) *Untersuchungen über Differentialgleichungen,* I, « Forhandlingar i Videnskabs-Selskabet i Christiania », n. 21 (1882).

[7]) *Sur les surfaces dont les lignes asymptotiques appartiennent par leurs tangentes à un complexe linéaire,* « Bulletin de la Société Mathématique de France », t. 39, (1911).

[8]) *Properties of surfaces whose asymptotic curves belong to linear complexes,* « Transactions of the American Mathematical Society », vol. 15, (1914).

[9]) *Ueber Flächen mit unbestimmten Direktrixkurven,* « Mathematische Annalen », Band 76, (1915), v. particolarmente il § 10 e la nota a piè della pag. 160; v. anche, dello stesso Autore, una comunicazione alla American Mathematical Society (*A new representation for a certain class of surfaces with indeterminate directrix curves,* « Bulletin of the Am. Math. Soc. », vol, 20, (1913-14), p. 304 e 312), e una comunicazione del SULLIVAN, *Analytic characterization of surfaces having a degenerate directrix quadric*, ibid, vol. 21, (1914-15), p. 430 e 431. Non mi consta che queste due comunicazioni abbiano dato successivamente luogo a pubblicazioni dei loro Autori.

da me osservata in altra occasione [10]) fra questa quadrica e quella superficie mi ha permesso di enunciare un risultato che, interpretato analiticamente, come ora faremo, permette subito di ottenere, per la superficie, un sistema di equazioni parametriche in termini finiti. Giova però avvertire che quella relazione è valida solo *in generale;* per i casi eccezionali giungeremo al risultato per altra via.

2. — Fra i risultati, dovuti ad altri Autori, stabiliti nei lavori ora citati, riterremo e assumeremo come punto di partenza, soltanto il seguente, dovuto al SULLIVAN (op. cit. nella nota [8]), v. la p. 186): *se i due sistemi di asintotiche di una superficie (non rigata) S appartengono a complessi lineari, questi complessi si distribuiscono in due sistemi* ∞^1 *appartenenti a due reti involutorie.* Saranno allora possibili i seguenti casi:

I. Le due reti hanno rispettivamente per basi le due schiere di una quadrica Q non degenere (caso generale);

II. Delle due reti una ha per base i due fasci di rette $M\alpha, N\beta$, l'altra i due fasci $M\beta, N\alpha$ dove M, N sono due punti distinti, e α, β due piani distinti, tutti appartenenti a una retta r;

III. Le due reti hanno per base uno stesso fascio di rette contato doppiamente [11]).

3. — Nel caso generale possiamo adoperare senz'altro i risultati della mia Nota già citata [12]); essi ci assicurano che la superficie S si può considerare come seconda falda focale di una congruenza W [13]), sia Γ, avente per prima falda focale la quadrica Q. Partiamo dunque da una quadrica, non degenere, Q, e assumiamo un sistema di coordinate proiettive omogenee x_1, x_2, x_3, x_4 in modo da avere per i punti di Q la rappresentazione parametrica

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = u : v : uv : 1. \tag{1}$$

---

[10]) *Sulle congruenze* W *di cui una falda focale è una quadrica,* Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio, Torino 1918.

[11]) Non teniamo conto dell'ulteriore caso, che a priori si potrebbe ritenere possibile, in cui la base comune delle due reti è una stessa stella di raggi, oppure uno stesso piano rigato, giacchè allora tutti i complessi lineari cui dovrebbero appartenere le asintotiche della superficie sarebbero speciali, e ciò non può avvenire.

[12]) V. la pag. 157. In essa non è avvertito che questo risultato vale solamente *in generale.*

[13]) Si chiamano, come è noto, congruenze W quelle congruenze rettilinee sulle cui falde focali si corrispondono le asintotiche (insieme coi casi degeneri).

La più generale congruenza W di cui Q è una falda focale si ottiene conducendo le tangenti alle linee del sistema semplicemente infinito

$$\frac{du}{a(u)} + \frac{dv}{b(v)} = 0, \tag{2}$$

dove $a(u)$ e $b(v)$ sono funzioni arbitrarie dei loro argomenti [14]). Le rette di quella congruenza inviluppano, conseguentemente, su S, il sistema di linee

$$\frac{du}{a(u)} - \frac{dv}{b(v)} = 0. \tag{3}$$

L'ulteriore fuoco P' (esistente su S) della retta g della congruenza uscente da un punto $P(u, v)$ della quadrica Q si otterrà dunque come intersezione di g colla retta della congruenza uscente da quel punto di Q, che è infinitamente vicino a P nella direzione definita dalla (3). In tal modo si trovano subito, come coordinate di P'

$$\begin{aligned} &x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \\ &= (b' - a')u + 2a : (b' - a')v - 2b : (b' - a')uv - 2(bu - av) : b' - a' \end{aligned} \tag{4}$$

dove è posto $a' = \frac{da}{du}, b' = \frac{db}{dv}$.

Dunque, *nel caso generale, le* (4) *rappresentano parametricamente* (*rispetto ad un opportuno sistema di riferimento*) *tutte le superficie* S *le cui asintotiche dei due sistemi appartengono a complessi lineari;* u *e* v *essendo i parametri delle asintotiche.* Tali superficie si chiameranno, nel seguito, *di prima specie.* Inoltre, per evitare che le (4) rappresentino una linea, anzichè una superficie, e volendo anche escludere dalle nostre considerazioni le superficie rigate, occorre e basta supporre che nè l'una nè l'altra delle due funzioni $a(u), b(v)$ si riduca a un polinomio di secondo grado nel suo argomento (v. più avanti il n. 6).

4. — Nel caso II, per procedere alla costruzione delle corrispondenti superficie S (*di seconda specie*) partiamo dalla seguente considerazione. Siano P un punto della S, ω una delle due asintotiche passanti per esso, (ω) il corrispondente complesso lineare, del quale, per fissare le idee, supponiamo che contenga i due fasci di

---

[14]) Questa proprietà, che è anche dimostrata nella mia Nota citata, era già stata osservata in Bianchi, *Sui sistemi coniugati permanenti nella deformazione delle quadriche*, « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », serie 5.ª, t. XXII, 2.° semestre 1913.

rette $M\alpha, N\beta$; e sia g quella retta tangente alla superficie S nel punto P che è incidente alla r. Allora, al variare di P su ω, la retta g, essendo contenuta nel complesso lineare (ω), di cui fa parte r, e nel complesso lineare speciale di asse r, sta in una congruenza lineare speciale di asse r, la quale contiene ovviamente i due fasci di rette $M\alpha, N\beta$. Viceversa, si supponga che ciò avvenga per le asintotiche di un sistema di una superficie, e che un fatto analogo avvenga per le asintotiche dell'altro sistema, rispetto ai fasci di rette $M\beta, N\alpha$ [15]): allora tutte queste asintotiche vengono ad essere tali che per ogni loro punto, entro il corrispondente piano osculatore, passa una retta di una congruenza lineare (speciale) dipendente solo dalle singole asintotiche; tanto basta [16]) per affermare che quelle asintotiche appartengono a complessi lineari (contenenti i fasci $M\alpha, N\beta$, oppure $M\beta, N\alpha$). Si potrà dunque costruire la superficie S del tipo richiesto come seconda falda focale di una congruenza rettilinea Γ, tale che la prima falda focale degeneri nella retta r, e che le rigate della congruenza Γ determinate dalle singole asintotiche della seconda falda stiano in quelle congruenze lineari speciali di asse r di cui ora si è detto.

A tal uopo, fissiamo anzitutto un tetraedro di riferimento $A_1 A_2 A_3 A_4$, ponendo $A_1 \equiv M$, $A_2 \equiv N$, $A_1 A_2 A_3 \equiv \alpha$, $A_1 A_2 A_4 \equiv \beta$; e consideriamo la congruenza Γ come luogo delle rette g che, al variare di λ, μ passano per il punto $P(\lambda, 1, 0, 0)$ della retta $r \equiv A_1 A_2$, stanno nel piano $\pi \equiv \mu x_3 + x_4 = 0$ per r, e precisamente sono segate su questo dal piano $x_1 - \lambda x_2 + \varphi(\lambda, \mu) x_3 = 0$, dove $\varphi(\lambda, \mu)$ è una funzione da determinarsi in modo opportuno [17]). I punti della seconda falda focale di Γ hanno allora per coordinate

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \lambda \varphi_\lambda - \varphi : \varphi_\lambda : 1 : -\mu, \tag{5}$$

---

[15]) In realtà, la seconda parte della ipotesi è una conseguenza della prima, come si può dedurre da una osservazione generale del SULLIVAN, (*op. cit.* [8]), v. la pag. 187), che si trova già, per quanto con un enunciato più restrittivo, in BOMPIANI, *Sull' equazione di Laplace*, « Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo », tomo XXXIV, 2.° semestre 1912, v. il n. 17.

[16]) V. la proposizione stabilita dal prof. SEGRE al n. 1 della sua Nota: *Sulle congruenze rettilinee* W *di cui una od ambe le falde focali sono rigate*, « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino », vol. XLIX, (1913).

[17]) In questo modo, trascuriamo quelle congruenze aventi per falda focale r, che non contengono nessuna retta nei fasci generici cui appartiene la retta r; ma ciò non importa, in quanto per tali congruenze anche la seconda falda focale degenererebbe nella retta r.

dove si è posto $\varphi_\lambda = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}$ (posizioni analoghe valgono per il seguito). Affinchè la seconda falda focale di Γ non degeneri essa pure in una curva è necessario e sufficiente che non sia $\varphi_{\lambda\lambda}$ identicamente nullo. L'equazione delle asintotiche della superficie (5) è

$$\varphi_{\lambda\lambda}\, d\lambda^2 - \varphi_{\mu\mu}\, d\mu^2 = 0; \tag{6}$$

cosicchè, posto

$$\lambda = \frac{u}{v}, \mu = \frac{1}{uv}, \tag{7}$$

essa diviene

$$\left(\frac{v}{u}\varphi_{uv} + \frac{\varphi_u}{u}\right) du^2 + \left(\frac{u}{v}\varphi_{uv} + \frac{u}{v^2}\varphi_u\right) dv^2 + \left(\ldots\ldots\right) du\, dv = 0,$$

dove l'espressione effettiva dell'ultima parentesi non ci interessa. D'altra parte, al variare di un punto di questa superficie su una asintotica, affinchè la retta g passante per esso appartenga a una congruenza lineare speciale contenente i fasci $M\alpha, N\beta$, oppure $M\beta, N\alpha$, è necessario e sufficiente che, su quella asintotica, sia $\lambda\mu = \text{cost}$, oppure $\frac{\lambda}{\mu} = \text{cost}$; cioè $du = 0$, oppure $dv = 0$; cosicchè l'ultima equazione scritta si deve ridurre a $du\, dv = 0$. Per ciò occorre e basta che sia

$$v\varphi_{uv} + \varphi_u = 0,$$

cioè

$$\varphi = \frac{a(u) + b(v)}{v},$$

con a e b funzioni arbitrarie dei loro argomenti. Per poter scrivere il risultato in modo più semplice, porremo la φ sotto la forma

$$\varphi = \frac{a(u)}{uv} + \frac{b(v)}{v^2}. \tag{8}$$

Basterà quindi portare questo valore, e quelli desunti dalle (7), nelle (5) per avere *le equazioni parametriche della più generale superficie di seconda specie* (*rispetto a un opportuno sistema di riferimento*) *sotto la forma* [18])

---

[18]) Le (9) coincidono sostanzialmente colle formole trovate, per altra via, dal Kéraval, (citato nella nota [7])); cosicchè le superficie di seconda specie sono tutte trasformate proiettive delle particolari superficie considerate dal Kéraval.

$$(9) \qquad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = (a' - b')\,u - 2a : (a' - b')\,v + 2b : 2uv : -2,$$

u e v essendo i parametri delle asintotiche. Per evitare la degenerazione della S in una linea o in una rigata, occorre e basta, anche ora, supporre che nè l'una nè l'altra delle funzioni $a(u)$, $b(v)$ si riduca a un polinomio di secondo grado nel suo argomento (v. il n. 6).

5. — Per costruire le superficie *di terza specie,* corrispondenti al caso III del n. 2, basterà modificare opportunamente il procedimento ora seguito. Anzitutto, se $A\alpha$ è il fascio di rette base comune delle due reti involutorie (R_1), (R_2) di complessi lineari, e r una sua retta generica, si potrà fare un ragionamento analogo a quello del principio del numero precedente, giungendo alla conclusione che la superficie di terza specie si potrà riguardare come seconda falda focale di una congruenza rettilinea Γ, tale che la prima falda focale degeneri nella retta r, e che le rigate della congruenza Γ determinate dalle singole asintotiche della seconda falda stiano in congruenze lineari speciali, di asse r, le quali siano basi di fasci di complessi lineari appartenenti rispettivamente alle reti (R_1), (R_2). Fissiamo allora il tetraedro di riferimento $A_1 A_2 A_3 A_4$ ponendo $A_1 \equiv A$, $A_1 A_2 \equiv r$, $A_1 A_2 A_3 \equiv \alpha$: potremo procedere proprio come al numero precedente, fino ad ottenere l'equazione (6) delle asintotiche della seconda falda focale. D'altra parte, introducendo le coordinate radiali p_{ik} $(i, k = 1, 2, 3, 4)$ di retta, le reti (R_1), (R_2) di complessi lineari si potranno ritenere definite rispettivamente dalle

$$(10) \quad \begin{cases} p_{34} = 0 \\ p_{42} = 0 \\ \sigma p_{14} + p_{23} = 0 \end{cases} \qquad (11) \quad \begin{cases} p_{31} = 0 \\ p_{42} = 0 \\ -\sigma p_{14} + p_{23} = 0 \end{cases}$$

con $\sigma \neq 0$. Ora, lungo ogni asintotica della seconda falda, la equazione bilineare fra λ e μ si riduce intanto a $\mu = \dfrac{1}{c\lambda + d}$ (con c e d costanti), quando si tenga presente che a $\lambda = \infty$ deve corrispondere $\mu = 0$; scrivendo inoltre che la conguenza lineare speciale di asse r definita dalla precedente relazione è intersezione di due complessi lineari contenuti nella rete (10), o (11), si ricava rispettivamente $c = \sigma$, $c = -\sigma$; cosicchè in definitiva le asintotiche della seconda falda sono definite da $\sigma\lambda - \dfrac{1}{\mu} = \text{cost.}$, $-\sigma\lambda - \dfrac{1}{\mu} = \text{cost.}$

Posto dunque

$$(12) \qquad u = \sigma\lambda - \frac{1}{\mu} \quad , \quad v = -\sigma\lambda - \frac{1}{\mu},$$

dovrà ridursi a $du\,dv = 0$ la equazione trasformata della (6) del n. 4 mediante le (12); e per ciò occorre e basta che sia

$$(u+v)\varphi_{uv} + \varphi_u + \varphi_v = 0\,,$$

da cui

$$\varphi = \frac{a(u)+b(v)}{u+v}\,, \tag{13}$$

con a e b funzioni arbitrarie dei loro argomenti. Allora le (5) diventeranno

$$\begin{aligned} &x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \\ &= (a'-b')(u-v) - 2(a+b) : 2\sigma(a'-b') : 2(u+v) : 4\,, \end{aligned} \tag{14}$$

o anche, modificando opportunamente il sistema di riferimento,

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = (a'-b')(u-v) - 2(a+b) : a'-b' : u+v : 1. \tag{15}$$

Le (14), *o, ciò che è lo stesso, le* (15) *forniscono adunque, rispetto ad un opportuno sistema di riferimento, le equazioni della più generale superficie di terza specie riferita alle asintotiche* [19]), dove è ancora da escludere (v. il n. 6) che $a(u)$ o $b(v)$ siano polinomi di secondo grado.

6. — Vogliamo ora giustificare quanto abbiamo detto, per le tre specie di superficie, relativamente ai tipi di funzioni $a(u)$, $b(v)$ che si devono escludere per evitare la loro degenerazione in una linea, o in una superficie rigata.

Supponiamo anzitutto che una delle superficie S costruite sia rigata. Essa, in tutti tre i casi, è stata costruita come seconda falda focale di una certa congruenza rettilinea Γ, la quale era dotata della proprietà che le rigate della congruenza determinate dalle singole asintotiche ω di S stavano in congruenze lineari speciali aventi per asse r nel secondo e nel terzo caso, e nel primo quella generazione della quadrica Q che, come asintotica, corrispondeva nella congruenza W alla asintotica ω di S. Se le asintotiche ω di un sistema della S sono rettilinee, quelle rigate vengono a stare in un'altra congruenza lineare (speciale) e conseguentemente sono schiere rigate. Ciò posto, scriviamo le coordinate di una retta gene-

---

[19]) Le (15) coincidono, salvo le notazioni, con le formole trovate per altra via dal Wilczynski (citato nella nota [9])).

rica di Γ. Per le superficie di prima specie, considerando quella retta come congiungente il punto (4) col punto (1), si hanno le coordinate radiali

$$(16)\quad p_{12} : p_{13} : p_{14} : p_{34} : p_{42} : p_{23} = av + bu : bu^2 : a : av - bu : b : -av^2,$$

mentre per le superficie di seconda e terza specie, si potrà considerare quella retta come intersezione dei due piani $\mu x_3 + x_4 = 0$, $x_1 - \lambda x_2 + \varphi x_3 = 0$, prendendo per φ l'espressione fornita rispettivamente dalla (8) e dalla (13), così da ottenere per le coordinate assiali, nei due casi

$$(17)\qquad q_{12} : q_{13} : q_{14} : q_{34} : q_{42} : q_{23} = 0 : v : uv^2 : av + bu : u^2v : -u,$$

e

$$(18)\quad q_{12} : q_{13} : q_{14} : q_{34} : q_{42} : q_{23} = 0 : -2 : (u+v) : a + b : \frac{u^2 - v^2}{2\sigma} : \frac{u - v}{\sigma}.$$

Ora, affinchè, p. es., per $v =$ cost. le (16), o (17), o (18) rappresentino una schiera rigata è necessario e sufficiente che sia costante una combinazione lineare a coefficienti costanti, di a, u, u^2. E di qui segue senz'altro che $a(u)$ è un polinomio di secondo grado in u. Viceversa, in tal caso, i secondi membri delle (4), (9), (15) si riducono a espressioni lineari intere in u. Quanto all'eventualità che le (4), (9), (15) rappresentino una linea anzichè una superficie, essa non si presenterà certamente qualora si escludano per $a(u)$, $b(v)$ quelle stesse espressioni di cui si è detto. Invero, nel caso I, si vede facilmente che tale linea non potrebb'essere che una retta; ma allora le rigate della congruenza corrispondenti, p. es., a $v =$ cost. sarebbero schiere rigate, e si applica il ragionamento ora fatto. Quanto ai casi II e III, come si è visto al n. 4, basterà far sì che non sia $\varphi_{\lambda\lambda} = 0$; ora questa equazione equivale, nel caso II, a

$$ua'' + vb'' - a' - b' = 0,$$

da cui

$$ua'' - a' = -(vb'' - b') = \text{cost.},$$

e gli integrali di queste equazioni del 2.° ordine in a e in b sono appunto del tipo già escluso. Nel caso III $\varphi_{\lambda\lambda} = 0$ diventa $a'' + b'' = 0$ e si conchiude analogamente.

7. — Per dualità, a ciascuna delle superficie trovate, corrisponde, come è chiaro, una superficie della medesima specie. Questa considerazione, oppure il calcolo diretto, permette di ricavare senza difficoltà

la rappresentazione parametrica di quelle superficie, considerate come inviluppi. Così, per la superficie di prima specie rappresentata dalle (4) si partirà dalla rappresentazione parametrica della quadrica Q come inviluppo

$$\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = \bar{u} : \bar{v} : \overline{uv} : 1$$

con

$$\bar{u} = -\frac{1}{u}, \qquad \bar{v} = -\frac{1}{v},$$

essendo le ξ coordinate di piano nello stesso sistema di riferimento prima adottato. Alla (2) del n. 3 si sostituirà la

$$\frac{d\bar{u}}{\bar{a}(\bar{u})} + \frac{d\bar{v}}{\bar{b}(\bar{v})} = 0,$$

che, dovendo coincidere colla (3) del n. 3, permette di porre

$$\bar{a}(\bar{u}) = \bar{u}^2 a\left(-\frac{1}{\bar{u}}\right); \bar{b}(\bar{v}) = -\bar{v}^2 b\left(-\frac{1}{\bar{v}}\right),$$

cosicchè non resta che applicare all'attuale caso le (4): ripristinando in queste le variabili u, v legate alle $\bar{u}, \bar{v}$ dalle relazioni sopra scritte, si ha per la superficie (4) inviluppo

$$(19) \qquad \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 =$$
$$= (a' + b')v - 2b : (a' + b')u - 2a : -(a' + b') : -(a' + b')uv + 2(av + bu).$$

Per la superficie di seconda specie (9) si ha

$$(20) \quad \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = 2v : -2u : a' + b' : -2av - 2bu + (a' + b')uv,$$

e per la superficie di terza specie (14)

$$(21) \qquad \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 =$$
$$= \sigma : \frac{v - u}{2} : \frac{\sigma}{2}(a' + b') : -\frac{\sigma}{4}\left[(a' + b')(u + v) - 2a - 2b\right].$$

Come era prevedibile, i secondi membri delle (19), (20), (21) si possono portare a coincidere coi secondi membri rispettivamente delle (4), (9), (14) a prescindere da una permutazione delle coordinate e da fattori costanti, mutando convenientemente i parametri u, v e

le funzioni $a(u)$, $b(v)$. Per la (19) basterà mutare b in $-b$; per la (20) prendere come nuovo parametro, al posto di v, $v_1 = \frac{1}{v}$, e come nuova funzione b la $v_1^2 b$; per la (21) assumere come nuovo parametro $-v$ in luogo di v.

8. — A una notevole proprietà delle superficie S dei numeri precedenti si giunge introducendo in relazione con esse le due *congruenze direttrici* del WILCZYNSKI [20]). Per una superficie generica F, (non rigata) i due complessi lineari di rette determinati, ciascuno, dalla tangente ad una delle asintotiche passanti per un punto P insieme con un conveniente numero di tangenti a quell'asintotica infinitamente vicine, hanno in comune una congruenza lineare, delle cui rette direttrici l'una (*retta direttrice di prima specie*) giace nel piano tangente alla F in P, e l'altra (*direttrice di seconda specie*) passa per il punto P. Al variare del punto P su F, nascono così due *congruenze direttrici*, rispettivamente *di prima* e *di seconda specie*. Orbene, per le superficie S (non rigate) le cui asintotiche appartengono a complessi lineari, *le due congruenze direttrici sono entrambe congruenze* W [21]).

Per semplificare l'esposizione, rappresentiamo, nel modo ben noto, le rette dello spazio nei punti di una varietà M_4^2 di uno spazio a cinque dimensioni; le due reti involutorie di complessi di cui al n. 2 si rappresentano in due reti di iperpiani aventi per basi rispettivamente due piani mutuamente polari rispetto alla M_4^2, siano π_1 e π_2; cosicchè gli ∞^1 complessi lineari corrispondenti a un sistema di asintotiche avranno per immagine nello S_5 gli S_4 polari (rispetto a M_4^2) dei punti di una linea L_1 di π_2, mentre agli altri ∞^1 com-

---

[20]) Cfr. E. J. WILCZYNSKI, *Projective differential geometry of curved surfaces*, Second Memoir, « Transactions of the American Mathematical Society », vol. 9, (1908).

[21]) Nella Memoria: *Surfaces characterized by certain special properties of their directrix congruences* di G. H. YEATON, « Annali di Matematica pura ed applicata », serie III, tomo XXVI, 1917, è studiata una superficie per cui la congruenza direttrice di seconda specie è *lineare*. Essa è una particolare superficie S *di seconda specie:* le sue coordinate si ottengono dalle nostre (9), a meno di una collineazione, prendendo

$$a(u) = u \log u \,,\; b(v) = v \log v \,.$$

plessi corrisponderanno gli S_4 polari dei punti di una linea L_2 di π_1. La proprietà da dimostrare si riduce allora a questa: che ciascuna delle due superficie Σ_1, e Σ_2, segate sulla M_4^2 dalle ∞^2 rette congiungenti i singoli punti di L_1 coi singoli punti di L_2 è (immagine di una congruenza W, cioè è) tale che le coordinate proiettive omogenee dei suoi punti, considerate come funzioni di due parametri che determinano i singoli punti della superficie, sono soluzioni di una stessa equazione lineare alle derivate parziali del second'ordine[22]). Basterà per ciò mostrare che, se H, K sono due punti generici delle linee L_1, L_2, e $\bar{H}, \bar{K}$ i punti ad essi infinitamente vicini (del prim'ordine) su queste linee, i quattro punti di intersezione fra loro infinitamente vicini della M_4^2 con le quattro rette che congiungono $H, \bar{H}$ con $K, \bar{K}$ stanno in un piano (in modo più preciso, che se u, v sono due parametri che individuano rispettivamente i punti di L_1, L_2, e x è un punto che descrive p. es. la superficie Σ_1 la matrice $\| x, x(u+du, v), x(u, v+dv), x(u+du, v+dv) \|$, nelle cui linee si sostituiscano ordinatamente le varie coordinate di x è nulla, a meno di infinitesimi di ordine superiore al quarto). Ora, lo S_3 delle due rette $H\bar{H}, K\bar{K}$ sega la M_4^2 in una quadrica, rispetto alla quale quelle due rette sono mutuamente polari, cosicchè la verità dell'asserto emerge senz'altro dalla notissima proprietà che sono coniugati i due sistemi di sezioni prodotte in una quadrica dello spazio ordinario dai fasci di piani per due rette polari.

Per avere una conferma analitica, si può supporre di aver scelto nello S_5 un sistema di coordinate proiettive omogenee $\theta_1, \theta_2 \ldots, \theta_6$, in modo che i due piani π_1 e π_2 siano rispettivamente $\theta_4 = \theta_5 = \theta_6 = 0$, e $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$, e che la M_4^2 abbia per equazione

$$\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 - \theta_4^2 - \theta_5^2 - \theta_6^2 = 0.$$

I punti di L_1, L_2 saranno dati rispettivamente da

$$\theta_1 : \theta_2 : \theta_3 : \theta_4 : \theta_5 : \theta_6 = 0 : 0 : 0 : \theta_4(v) : \theta_5(v) : \theta_6(v)$$

$$\theta_1 : \theta_2 : \theta_3 : \theta_4 : \theta_5 : \theta_6 = \theta_1(u) : \theta_2(u) : \theta_3(u) : 0 : 0 : 0$$

e quelli, p. es., di Σ da

$$\theta_1 : \theta_2 : \theta_3 : \theta_4 : \theta_5 : \theta_6 = U\theta_1(u) : U\theta_2(u) : U\theta_3(u) : V\theta_4(v) : V\theta_5(v) : V\theta_6(v) \tag{22}$$

---

[22]) Cfr. Darboux, *op. cit.*, nella nota [3]), t. II (1915), p. 358.

essendo

$$U = \frac{1}{\sqrt{\theta_1^2(u) + \theta_2^2(u) + \theta_3^2(u)}}, \quad V = \frac{1}{\sqrt{\theta_4^2(v) + \theta_5^2(v) + \theta_6^2(v)}}.$$

I secondi membri della (22) sono ovviamente soluzioni di $\Theta_{uv} = 0$.

È poi anche chiaro che, attualmente, *le due congruenze direttrici sono mutuamente polari rispetto alla quadrica* Q, tali essendo le rette di quelle congruenze corrispondenti a uno stesso punto della superficie S (come rette direttrici della congruenza lineare intersezione di due complessi lineari, ciascuno dei quali è mutato in sè dalla polarità rispetto a Q).

9. — Passiamo ora a stabilire alcuni altri risultati, che forniscono anche una conferma di quello del numero precedente. Ci limiteremo tuttavia al caso più generale delle superficie di prima specie, sebbene alcune delle cose che diremo si possano estendere alle rimanenti superficie.

Le tangenti alle asintotiche $v =$ cost. di una superficie S di prima specie nei punti di una stessa asintotica $u =$ cost. incontrano la quadrica Q in punti appartenenti a due generatrici fisse della schiera $u =$ cost., siano $u = u_1$, e $u = u_2$; (e analogamente, scambiando u con v)[23]: esse sono le direttrici della congruenza lineare di rette comune ai complessi lineari cui appartengono rispettivamente quell'asintotica $u =$ cost. della S, e l'asintotica infinitamente vicina. Viceversa, il prof. SEGRE, nella sua Nota or ora citata, ha dimostrato che, assegnate ad arbitrio la corrispondenza (involutoria) fra le generatrici $u = u_1$ e $u = u_2$ della quadrica Q, e l'analoga corrispondenza che accoppia le generatrici della schiera $v =$ cost. (purchè nè l'una nè l'altra si riducano a involuzioni ordinarie) esistono ∞^1 superficie S di prima specie che inducono sulla Q le predette corrispondenze. Nella trattazione del prof. SEGRE, la ricerca di queste superficie dipende dalla risoluzione di un'equazione ai differenziali totali fra le tre coordinate non omogenee. Orbene, vogliamo dimostrare che *la risoluzione di quell'equazione di* PFAFF *si riconduce a quadrature.*

---

[23]) Cfr. il n. 9 della Nota del prof. SEGRE citata sotto [16]), e il n. 17 di quella del BOMPIANI citata sotto [15]). Una proprietà analoga vale per le superficie di seconda e terza specie; cfr., p. es., per il caso da lui considerato, la fine della Nota del KÉRAVAL citata sotto [7]).

Per stabilirlo, cerchiamo, in funzione di u, le espressioni di u_1 e di u_2 per la superficie S rappresentata dalle (4). A tal uopo scriviamo anzitutto l'equazione del complesso lineare cui appartiene un'asintotica $u = \text{cost.}$ della S. Ad essa si giunge nel modo più semplice mediante la considerazione che quel complesso contiene la congruenza lineare

$$\begin{cases} 2p_{13} + u(p_{34} - p_{12}) = 0, \\ 2up_{42} + p_{34} - p_{12} = 0, \end{cases}$$

cui appartengono, per $u = \text{cost.}$, le rette (16) del n. 6, e tenendo inoltre conto di un punto e un piano mutuamente polari rispetto ad esso, quali risultano, in infiniti modi, dalle (4) e (19). Si ha così, per quel complesso, l'equazione

$$(23) \qquad -a'p_{13} + (2au - a'u^2)p_{42} + (a - a'u)(p_{34} - p_{12}) = 0.$$

Le rette $u = u_1, u = u_2$ della quadrica Q sono perciò le intersezioni del complesso (23) coll'altro complesso

$$-a''p_{13} + (2a - a''u^2)p_{42} - a''u(p_{34} - p_{12}) = 0.$$

Perciò u_1 e u_2 sono le radici dell'equazione di secondo grado in u_i

$$(24) \qquad a''(u_i - u)^2 + 2a'(u_i - u) + 2a = 0.$$

Analogamente si trova l'equazione del complesso lineare cui appartiene un'asintotica $v = \text{cost.}$ della S

$$(25) \qquad b'p_{23} + (2bv - b'v^2)p_{14} - (b - b'v)(p_{34} + p_{12}) = 0,$$

e l'equazione di secondo grado in v_i

$$(26) \qquad b''(v_i - v)^2 + 2b'(v_i - v) + 2b = 0,$$

alle cui radici v_1 e v_2 corrispondono le due generatrici $v = \text{cost.}$ della quadrica Q cui si appoggiano le rette tangenti alla S, nei punti dell'asintotica considerata, alle asintotiche dell'altro sistema.

Ora, supponiamo prefissate le corrispondenze fra u_1 e u_2, fra v_1 e v_2, e siano $u_1 u_2 = \varphi(u_1 + u_2)$, $v_1 v_2 = \psi(v_1 + v_2)$ le loro equa-

zioni. Tutto si ridurrà, in base alle (24), (26) a determinare due funzioni $a(u)$, $b(v)$ tali che risulti

$$u^2 - 2\frac{a'}{a''}u + \frac{2a}{a''} = \varphi\left(2u - 2\frac{a'}{a''}\right), \tag{27}$$

$$v^2 - 2\frac{b'}{b''}v + \frac{2b}{b''} = \psi\left(2v - 2\frac{b'}{b''}\right). \tag{28}$$

Occupiamoci p. es. della (27): l'integrale generale di questa equazione del second'ordine nella funzione a è dato dal polinomio di secondo grado

$$A_0 u^2 + A_1 u + A_0 \varphi\left(-\frac{A_1}{A_0}\right),$$

con A_0 e A_1 costanti arbitrarie; ad esso, conformemente a quanto si è detto alla fine del n. 3, non corrisponde nessuna superficie S (non rigata). Ricerchiamo gli integrali singolari della (27). Essa si può considerare come un'equazione del prim'ordine in $(\log a)'$, il cui integrale generale è

$$(\log a)' = \frac{2u + \alpha}{u^2 + \alpha u + \varphi(-\alpha)}, \tag{29}$$

con α costante arbitraria: gli integrali singolari si ottengono dunque dalla (29) eliminando α per mezzo della

$$\varphi(-\alpha) = u^2 + (2u + \alpha)\left(\frac{d\varphi(-\alpha)}{d\alpha}\right). \tag{30}$$

Si hanno pertanto per la (27) gli integrali

$$a = me\int \frac{2u + \alpha}{u^2 + \alpha u + \varphi(-\alpha)}\, du \tag{31}$$

con m costante arbitraria, dove è da intendere che α si esprima in funzione di u per mezzo della (30). In modo perfettamente analogo si ha per l'equazione (28)

$$b = ne\int \frac{2v + \beta}{v^2 + \beta v + \psi(-v)}\, dv \tag{32}$$

con n costante arbitraria, dove β è da ricavarsi, in funzione di v, dalla

$$\psi(-\beta) = v^2 + (2v + \beta)\frac{d\psi(-\beta)}{d\beta}. \tag{33}$$

Le ∞^1 superficie che risolvono il problema sono allora fornite dalle (4), nelle quali per a e b si sostituiscano rispettivamente i secondi membri delle (31), (32).

10. — Quando si siano fissate una determinazione di α e una di β in base alle (30), (33), i punti delle ∞^1 superficie di prima specie corrispondenti a una data coppia di valori di u, v risultano allineati, e, dualmente, gli ∞^1 piani rispettivamente tangenti a quelle superficie in quei punti passano per una retta. Ciò risulta senz'altro dalla ispezione delle (4) e (19) quando si tengano presenti le espressioni testè trovate per $a(u), b(v)$; ed era anche prevedibile geometricamente, in quanto, per tutte quelle superficie, i complessi lineari cui appartengono le loro asintotiche sono gli stessi, cosicchè sono anche le stesse le congruenze direttrici del Wilczynski, di cui si è detto al n. 8. I punti corrispondenti a una data coppia di valori di u, v stanno perciò su una retta della congruenza direttrice di seconda specie, e dualmente.

È poi anche chiaro che *quelle ∞^1 superficie segano le rette della congruenza direttrice di seconda specie in punteggiate proiettive* (*e dualmente*).

Una retta della congruenza direttrice di seconda specie incontra la quadrica Q nei punti

$$Z' \equiv (b'u, b'v - 2b, b'uv - 2bu, b'),$$

$$Z'' \equiv (a'u - 2a, a'v, a'uv - 2av, a'),$$

cosicchè, indicando con u_3, v_3, u_4, v_4 i valori dei parametri relativi ai punti della quadrica rispettivamente nei punti Z', Z'', si ha:

$$\begin{cases} u_3 = u, \\ u_4 = u - \dfrac{2a}{a'}, \end{cases} \tag{34} \qquad \begin{cases} v_3 = v - \dfrac{2b}{b'}, \\ v_4 = v. \end{cases} \tag{35}$$

La congruenza direttrice di seconda specie determina dunque per sezione sulla quadrica Q *una corrispondenza che muta in sè ciascuna delle due schiere* (*e dualmente*).

Di qui segue di nuovo che *ciascuna delle congruenze direttrici è una congruenza* W, *e che, di più, per ogni suo raggio, i fuochi, e anche i piani focali, sono coniugati rispetto alla quadrica* Q. Infatti, riferendoci p. es. alla congruenza direttrice di seconda specie, si tratta di provare l'asserto per una congruenza generata, a partire da una quadrica Q, come luogo delle congiungenti le coppie di punti omologhi in una corrispondenza della quadrica in sè, che muti in sè ciascuna delle due schiere [24]). A tal uopo, se Z' e Z'' sono due punti corrispondenti della quadrica, consideriamo le proiettività di ciascuna schiera in sè stessa che risultano osculatrici, lungo le generatrici uscenti da Z', Z'', alle corrispondenze subordinate, da quella data, entro ciascuna schiera, e la omografia Ω della Q in sè che prende origine in tal modo. Le rette congiungenti punti omologhi nella omografia Ω generano una *congruenza di* HIRST [25]), che è notoriamente una congruenza W, in cui i fuochi e piani focali dei singoli raggi si comportano, rispetto a Q, appunto nel modo indicato. E poichè quella congruenza di HIRST per il modo col quale fu costruita, nell'intorno del raggio $Z'Z''$, coincide con quella data a meno di infinitesimi del terzo ordine, segue la proprietà enunciata.

Osserviamo un caso particolare degno di nota: *supponiamo che la corrispondenza subordinata* nel modo ora visto *dalla congruenza direttrice di seconda specie entro ciascuna delle due schiere di* Q *sia una proiettività* (non parabolica nè involutoria). Assumendo convenientemente il sistema di riferimento, si può supporre che le (34), (35) divengano $u_4 = hu_3$, $v_3 = kv_4$ con h, k costanti. Allora si ha

$$a(u) = a_0 u^{\frac{2}{1-h}}, \qquad b(v) = b_0 v^{\frac{2}{1-k}}, \tag{36}$$

con a_0 e b_0 costanti, e l'equazione della corrispondenza p. es. fra le u_1, u_2 del n. 9 diviene

$$(h+1)^2 \left(u_1^2 + u_2^2\right) + 2\left(h^2 - 6h + 1\right) u_1 u_2 = 0, \tag{37}$$

---

[24]) Questa proposizione fu indicata dal prof. BIANCHI, in una sua lettera del febbraio 1914 al prof. SEGRE, come interpretazione in una metrica cayleyana di un risultato da lui assegnato nella Nota: *Sulle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante*, « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino », vol. XXX, (1895). La dimostrazione che segue nel testo fu da me comunicata, in quella occasione, al prof. BIANCHI, per il tramito del prof. SEGRE.

[25]) Cfr. p. es. STURM, *Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie*, II Theil, (Leipzig 1893), p. 208 e sgg.

che è evidentemente ancora l'equazione di una proiettività insieme colla sua inversa. Quindi *nella ipotesi attuale anche le corrispondenze entro le singole schiere di* Q, *di cui si è detto al n.* 9, *sono proiettività cogli stessi elementi uniti delle precedenti.*

Se, p. es., si assume $h = k = 3$, si hanno per la S, tenuto conto delle (36), le equazioni parametriche

$$(38) \qquad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 =$$

$$= 3b_0uv^2 - a_0u^3 : b_0v^3 - 3a_0u^2v : 3uv\,(b_0v^2 - a_0u^2) : b_0v^2 - a_0u^2\,,$$

e la S è quella superficie del sesto ordine e della sesta classe ad asintotiche cubiche di cui ho, in una Nota recente [26]), assegnato alcune proprietà. Si osservi che la (37) diviene ora $u_1^2 - u_1u_2 + u_2^2 = 0$, cosicchè la proiettività p. es. fra u_1 e u_2 è ciclica del sesto ordine.

Ritornando al caso generale, chiamiamo, rispettivamente, come al n. 3, P e P' i punti della quadrica Q e della superficie S corrispondenti ai valori u, v dei parametri, e $\overline{P}$ il punto della quadrica per il quale $u = u_4, v = v_3$ [cfr. le (34), (35)]. *La retta* $\overline{\mathrm{P}}\,\mathrm{P}'$ *descrive* (al variare di P) *una congruenza* W *avente per falde focali le stesse superficie* Q, S. Infatti, essendo $P\overline{P}$ la retta direttrice di prima specie relativa al punto P' (per la superficie S), il piano tangente alla S in P' è $P'P\overline{P}$, cosicchè $\overline{P}P'$ tocca la S in P'. Inoltre la medesima retta tocca la Q in $\overline{P}$, giacchè P' sta su $Z'\,Z''$ (retta direttrice di seconda specie relativa a P), e pertanto anche nel piano tangente alla Q sul punto $\overline{P}$. E la coesistenza di queste circostanze, insieme col fatto che i complessi lineari cui appartengono le asintotiche di S contengono l'una o l'altra schiera di Q, è sufficiente (cfr. il ragionamento fatto nel penultimo capoverso della mia Nota citata in [10])) per dedurne la proprietà enunciata. In definitiva, *gli* ∞^2 *trilateri* $\mathrm{P}\,\mathrm{P}'\,\overline{\mathrm{P}}$ *sono tali che ciascun loro lato descrive una congruenza* W (e dualmente). *Le tre congruenze* W *sono anzi tali da corrispondere,* ciascuna, *a un'equazione di* LAPLACE *a invarianti nulli,* (cfr. la (16) del n. 6 e la (22) del n. 8). Ogni corrispondenza della quadrica in sè che muti in sè ciascuna schiera, facendo corrispondere i punti P e $\overline{P}$, definisce ∞^1 sistemi ∞^2 di tali trilateri.

---

[26]) *Su una superficie del sesto ordine e della sesta classe le cui asintotiche sono cubiche sghembe*, « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei », serie 5.ª, vol. XXIX, 2.° semestre 1920.

Scrivendo, per semplicità, U e V rispettivamente in luogo di u_4 e di v_3, si trova subito, per il sistema di linee inviluppate dalle rette $\overline{P}P'$ sulla quadrica Q (analogo al sistema (2) del n. 3), l'equazione

$$(39) \qquad \frac{dU}{A(U)} + \frac{dV}{B(V)} = 0 \text{ , con } A(U) = \frac{a}{a'^2} \text{ , } B(V) = \frac{b}{b'^2} \text{ ,}$$

dove è da intendere che $\frac{a}{a'^2}$, $\frac{b}{b'^2}$ si esprimano rispettivamente in funzione di U, V per mezzo delle

$$(40) \qquad U = u - \frac{2a}{a'} \quad , \quad V = v - \frac{2b}{b'} .$$

11. — Riprendendo ora una superficie S di specie qualunque, le cui asintotiche stanno in complessi lineari, vogliamo provare che *due qualsiansi sue asintotiche dello stesso sistema, purchè entrambe curve, sono tra loro proiettive, risultando omologhi due punti situati su una stessa asintotica dell'altro sistema.*

Siano ω_1, ω_2 due asintotiche curve di uno stesso sistema tra loro infinitamente vicine, P_1 e P_2 rispettivamente due loro punti situati su una asintotica dell'altro sistema. Al variare della coppia di punti considerata, la congiungente P_1P_2 varia in una congruenza lineare di rette, intersezione dei complessi lineari cui appartengono ω_1, ω_2 (cfr. quanto si è detto al n. 9 e la nota [23])). Perciò, la rigata descritta da P_1P_2 stando in una congruenza lineare, due sue asintotiche curve sono proiettive [27]); donde, poichè ω_1, ω_2 sono ovviamente asintotiche di questa rigata, segue che esse sono proiettive, e precisamente in modo che ai singoli punti P_1 corrispondono i singoli punti P_2. Così da ω_2 si passa a un'altra asintotica infinitamente vicina, ecc., e si conclude la proposizione enunciata.

La dimostrazione sintetica che precede non è però del tutto soddisfacente, in quanto lascia adito al dubbio che, quando l'asintotica ω_1 variando con continuità diviene rettilinea, ritornando poi a incurvarsi, venga a cessare la relazione di proiettività tra le sue posizioni che precedono, e quelle che seguono quell'asintotica rettilinea. Per eliminare ogni dubbio in proposito, diamo senz'altro

---

[27]) Cfr. p. es. il n. 4 della Nota della Sig.na MANCINELLI citata nella nota [2]).

le formole delle trasformazioni proiettive in questione, considerando p. es le asintotiche $v = v_1$, $v = v_2$. Ponendo $b(v_1) = b_1$, ecc. si verifica facilmente che la prima asintotica è mutata nella seconda da una delle seguenti omografie (41_1) (41_2) (41_3), secondochè si tratti di superficie di prima, seconda, o terza specie[28]).

$$(41_1)\begin{cases} \rho x'_1 = (2b_1 - [b'_1 - b'_2]v_1)x_1 + (b'_1 - b'_2)x_3 \\ \rho x'_2 = (2b_2 + [b'_1 - b'_2]v_2)x_2 + (2[b_1 v_2 - b_2 v_1] + [b'_1 - b'_2]v_1 v_2)x_4 \\ \rho x'_3 = (2[b_1 v_2 - b_2 v_1] - [b'_1 - b'_2]v_1 v_2)x_1 + (2b_2 + [b'_1 - b'_2]v_2)x_3 \\ \rho x'_4 = (b'_1 - b'_2)x_2 + (2b_1 - [b'_1 - b'_2]v_1)x_4 \end{cases}$$

$$(41_2)\begin{cases} \rho x'_1 = 2v_1 x_1 + (b'_1 - b'_2)x_3 \\ \rho x'_2 = 2v_2 x_2 + (2[b_1 v_2 - b_2 v_1] - [b'_1 - b'_2]v_1 v_2)x_4 \\ \rho x'_3 = 2v_2 x_3 \\ \rho x'_4 = 2v_1 x_4 \end{cases}$$

$$(41_3)\begin{cases} \rho x'_1 = x_1 + (v_1 - v_2)x_2 + (b'_1 - b'_2)x_3 + \\ \qquad + (2[b_1 - b_2] - [b'_1 - b'_2][v_1 + v_2])x_4 \\ \rho x'_2 = x_2 + (b'_1 - b'_2)x_4 \\ \rho x'_3 = x_3 + (v_2 - v_1)x_4 \\ \rho x'_4 = x_4 \end{cases}$$

---

[28]) Per una superficie di terza specie ci riferiamo alla sua rappresentazione colle (15).

E si verifica anche subito che i determinanti delle sostituzioni scritte sono diversi da zero nell'ipotesi che le due asintotiche siano curve.

12. — Termineremo queste generalità mostrando come si possa costruire la più generale superficie, le cui asintotiche appartengono a complessi lineari, la quale debba contenere, come asintotiche di sistemi diversi, due curve prefissate.

Riprendiamo anzitutto a considerare quella congruenza rettilinea Γ di cui ci siamo serviti nei nn. 3-5 per costruire una superficie S del tipo richiesto (come una delle sue falde focali). Si trattava, per le superficie di ciascuna specie, di una congruenza W [29]); anzi, per una superficie di prima specie, abbiamo già osservato al n. 10 che la congruenza W in questione corrisponde a un'equazione di Laplace riducibile alla $\Theta_{uv} = 0$; e questa proprietà si estende subito alla superficie di seconda e terza specie, quando si tengano presenti le (17) e (18) del n. 6. E ciò equivale a dire che, fissati comunque due valori u' e u'' per il parametro u, e due valori v', v'' per il parametro v, le quattro rette della congruenza Γ che si ottengono accoppiando ciascuno dei primi due con ciascuno dei secondi due appartengono ad una schiera. Partendo da questa osservazione, nella mia Nota citata in [1]), ho assegnato per le superficie di prima specie la seguente costruzione. *Si parta da una quadrica* Q *non degenere. Si costruisca una congruenza avente per falda focale* Q *in questo modo: si assumano ad arbitrio le rette della congruenza che toccano* Q *nei punti di due generatrici* r, s *di diversi sistemi; preso poi un punto generico* P *della quadrica, si assuma come retta della congruenza passante per esso la generatrice, passante per* P, *della schiera individuata dalle tre rette della congruenza che escono dagli ulteriori tre vertici del quadrilatero sghembo formato da* r, s *e dalle due generatrici di* Q *uscenti dal punto* P. *La seconda falda focale della congruenza così costruita dà una superficie* S *di prima specie* [30]).

Questa costruzione si può opportunamente estendere alle altre due specie di superficie. Incominciamo con le superficie di terza specie, per le quali le cose si presentano nel modo più semplice. Si ha, per la più generale fra esse, la seguente costruzione. *Si parta*

---

[29]) Per le superficie di seconda e terza specie, a tacere dalla motivazione che ora sarà detta, basta riflettere che quelle congruenze stavano in un complesso lineare speciale avente per asse la retta r.

[30]) Salvo casi di degenerazione che non ci interessano, per i quali rimandiamo alla mia Nota citata.

da due reti involutorie (R_1), (R_2) *di complessi lineari, aventi per base comune un fascio di rette contato doppiamente, e sia* r *una retta di questo fascio. Si considerino poi i sistemi* ∞^1, *siano rispettivamente* (C_1) *e* (C_2), *di congruenze lineari speciali di asse* r *basi di fasci di complessi lineari appartenenti rispettivamente a* (R_1), (R_2) [31]. *E siano* C'_1 *e* C'_2 *rispettivamente due congruenze appartenti a* (C_1), (C_2). *Si costruisca allora una congruenza rettilinea, avente per direttrice la* r, *nel seguente modo: si assumano ad arbitrio le rette della congruenza appartenenti ai fasci di rette che fan parte di* C'_1 *e di* C'_2 [32]. *Se poi* $P\pi$ *è un altro fascio cui appartiene la* r, *il quale fascio stia nella congruenza* C_1 *del sistema* (C_1) *e nella* C_2 *del sistema* (C_2), *si assuma come retta della congruenza appartenente a quel fascio la generatrice, passante per* P *e giacente in* π, *della schiera individuata dalle tre rette della congruenza che giacciono nei fasci in cui si segano* C_1 *e* C'_2, C_2 *e* C'_1, C'_1 *e* C'_2. *La seconda falda focale della congruenza rettilinea così costruita è (in quanto non degeneri) una superficie* S *di terza specie.*

Per la dimostrazione, basta osservare che, quando si costruisce una superficie S di terza specie come al n. 5, assegnare ad arbitrio le rette della congruenza Γ che stanno in C'_1 e in C'_2, supposto che queste congruenze lineari speciali abbiano per equazioni (in coordinate λ, μ) le (12) del n. 5, dove si faccia $u = u'$, $v = v'$, equivale a prefissare $\varphi(u, v')$ e $\varphi(u', v)$ (naturalmente in modo da ottenere uno stesso valore per $\varphi(u', v')$). Ora si possono sempre trovare $a(u)$ e $b(v)$ in modo che

$$a(u) + b(v) = (u + v')\,\varphi(u, v') + (u' + v)\,\varphi(u', v) - (u' + v')\,\varphi(u', v'),$$

restando così quelle funzioni definite a meno di costanti additive, eguali in valore assoluto e di segno contrario, le quali (cfr. le (14) del n. 5) sono inessenziali per la superficie da costruire [33].

---

[31]) Si tenga presente, per il seguito, che due congruenze lineari appartenenti rispettivamente ai sistemi (C_1), (C_2), hanno in comune, oltre al fascio di rette base comune di (R_1), (R_2), *un* ulteriore fascio di rette; e che un fascio di rette contenente r appartiene a *una* congruenza lineare di ciascuno di quei sistemi.

[32]) Naturalmente in modo che nel fascio di rette comune a C'_1, C'_2 sia la stessa la retta assunta come appartenente alla congruenza da costruire.

[33]) Resta così implicitamente provato che la schiera rigata di cui si parla verso la fine dell'enunciato precedente, ha effettivamente una gene-

Per le superficie di seconda specie ci accontenteremo di avvertire che ha luogo una costruzione sostanzialmente analoga alle precedenti: essa dà però luogo a un enunciato meno semplice, da un lato perchè in questo caso la corrispondenza fra i fasci di rette contenenti r (cfr. le notazioni del n. 4) e le coppie di valori di u, v non è più biunivoca, d'altro lato perchè ora i due sistemi ∞^1, (C_1) e (C_2), di congruenze lineari speciali aventi per asse r e contenenti i fasci $M\alpha, N\beta$, oppure $M\beta, N\alpha$ vengono ad essere tali che una congruenza di (C_1) e una di (C_2) hanno in comune *due* fasci di rette entrambi variabili.

Siamo ora in grado di risolvere il problema enunciato in principio di questo numero: assumiamo due linee (*curve*) ω_1, ω_2 le quali dovranno avere in comune un punto P' e il relativo piano osculatore π', e appartenere inoltre, rispettivamente, a due complessi lineari involutori $(\omega_1), (\omega_2)$: supporremo anche, ciò che non implica nessuna restrizione essenziale, che le due curve non siano tangenti in P'. Vogliamo *costruire le superficie* S, *a cui* ω_1, ω_2 *appartengono come asintotiche di sistemi diversi.* Anzitutto si dovranno costruire due reti in involuzione, $(R_1), (R_2)$, di complessi lineari contenenti rispettivamente $(\omega_1), (\omega_2)$: ciò si può fare in ∞^4, in ∞^3 o in ∞^1 modi, secondochè quella coppia di reti si debba trovare nel I, II, o III caso fra quelli distinti al n. 2 [34]), cioè secondochè la superficie S da costruire debba essere di prima, seconda o terza specie. Nel primo caso, sia P il punto di contatto

---

ratrice nel fascio $P\pi$. Ciò si può provare anche in modo diretto: limitandoci p. es. al caso in cui i quattro centri e i quattro piani dei fasci di rette che in tal modo si considerano sono tutti distinti, si ha che la retta r contiene tre punti della quadrica su cui sta quella schiera, e quindi vi appartiene, insieme col suo punto P. E siccome le due quaterne di punti e di piani, come subito si verifica, sono proiettive, il piano tangente alla detta quadrica in P risulta appunto π; e perciò quella schiera contiene una retta del fascio $P\pi$.

[34]) Si rifletta p. es. alla rappresentazione, già adoperata al n. 8, dello spazio rigato su una M_4^2 di S_5. Si tratterà allora in sostanza di condurre i piani giacenti in un dato S_4 (non tangente alla M_4^2) e passanti per un dato punto di quello S_4 (e non della M_4^2); secondochè quei piani debbano incontrare la M_4^2 in una conica non degenere, o spezzata in due rette distinte, o coincidenti, si ottiene appunto per il sistema da essi formato, la dimensione indicata.

della quadrica Q (che supponiamo[35]) non passante per P' nè tangente a π') ricoperta dalle schiere basi di (R_1), (R_2) con una delle tangenti ad essa condotte da P' e giacenti in π'; e siano r, s le generatrici di Q uscenti da P, giacenti, la prima (con tutta la schiera della Q, sia (r), cui essa appartiene) nei complessi di (R_2), la seconda, con la schiera (s), in quelli di (R_1). La congruenza lineare speciale formata dalle rette tangenti alla Q nei singoli punti della r sta nel complesso (ω_1), avendo in comune con esso la schiera (s) e inoltre la retta $g \equiv PP'$; e di qui segue l'esistenza di una rigata E_1 contenente come generatrice la g, le cui singole generatrici toccano Q in un punto di r e incontrano ω_1 in un punto, giacendo nel piano in esso osculatore alla stessa ω_1 (dimodochè la ω_1 è asintotica di E_1). Così, esisterà un'altra rigata E_2 che si comporta in modo analogo rispetto a s, ω_2. Se dunque esiste una superficie S di prima specie soddisfacente alle condizioni richieste, subordinatamente alla scelta che è stata fatta di (R_1), (R_2), essa non potrà differire da quella superficie S, ben determinata, che si ottiene come ulteriore falda focale della congruenza W, di cui una prima falda è Q, costruita come è indicato nel primo enunciato di questo numero, quando come rigate della congruenza circoscritte alla Q lungo le rette r, s si assumano rispettivamente E_1, E_2. Viceversa, dico che la superficie S così costruita contiene, come asintotiche, le ω_1, ω_2. Invero, se $\overline{\omega}_1, \overline{\omega}_2$ sono le asintotiche (necessariamente curve) della S corrispondenti alle r, s considerate come asintotiche della Q, tali curve apparterranno, come asintotiche, rispettivamente alle rigate E_1, E_2, che già contengono, pure come tali, le ω_1, ω_2. Ora le rigate E_1, E_2 ammettono entrambe come piano tangente nel punto P il piano ivi tangente alla quadrica Q, nel punto P' il piano π', e nel punto P'' (nel quale la S è toccata da g cioè nel punto) in cui g è segata da $\overline{\omega}_1, \overline{\omega}_2$ il piano π'' ivi tangente alla S. Ora, se i tre punti P, P', P'' e i tre piani π, π', π'' fossero tutti distinti, da quanto si è detto segue che E_1, E_2 risulterebbero mutuamente tangenti lungo la generatrice non parabolica g: esse avrebbero allora in comune un'altra generatrice infinitamente vicina, la

---

[35]) Si osservi che, in virtù delle (4), in ogni punto di intersezione di una superficie di prima specie S colla corrispondente quadrica Q è $a(u)\,b(v) = 0$, e allora le stesse (4) mostrano che una delle asintotiche della S uscenti da quel punto è rettilinea (e coincide con una generatrice della quadrica Q). Quindi, supponendo che P' sia intersezione di due asintotiche curve della S, escludiamo che P' stia su Q (e dualmente).

quale, dovendo toccare la Q in un punto di r e in un punto di s passerebbe per P cosicchè la g sarebbe parabolica; se poi fossero distinti i tre punti P, P', P'', ma non i tre piani π, π', π'' (cosicchè necessariamente — cfr. la nota [35]) — sarebbe $\pi' \equiv \pi''$) la g sarebbe parabolica per entrambe le rigate E_1, E_2 con P come punto cuspidale, e allora P starebbe (nei piani osculatori ad ω_1, ω_2 nei loro punti infinitamente vicini a P' cioè) sulla retta tangente a ciascuna delle curve ω_1, ω_2 nel punto P', donde seguirebbe la coincidenza di queste rette tangenti. Adunque è certo $P' \equiv P''$, e di qui segue che p. es. ω_1 e $\overline{\omega}_1$ incontrano la g in uno stesso punto e perciò coincidono. Adunque *esistono* ∞^4 *superficie* S *di prima specie, di cui sono prefissate le asintotiche* ω_1 *e* ω_2 (*nelle condizioni sopra esposte*): *esse si ottengono costruendo dapprima una delle* ∞^4 *coppie di reti involutorie* (R_1), (R_2) *colla quadrica* Q *ricoperta dalle loro schiere basi, e applicando poi la costruzione esposta nel primo enunciato di questo numero.*

Omettendo le analoghe considerazioni per le superficie delle altre specie, osserviamo piuttosto che, in virtù del risultato conseguito al n. 11, *questa costruzione permette già di ottenere tutte le superficie con asintotiche cubiche*, bastando, a tale scopo, supporre che ω_1, ω_2 siano cubiche sghembe. *Esistono dunque* ∞^{22} *superficie le cui asintotiche sono cubiche sghembe:* su esse ritorneremo nella seconda Nota [36]).

Osservazione — Dalla proprietà dimostrata risulta, indirettamente, confermato il noto teorema [37] secondo il quale le curve di un complesso lineare che passano per un punto fisso P' hanno, in esso, la stessa torsione; esso risulta inoltre completato dalla osservazione che, se rispetto a due complessi involutori P' ha lo stesso piano polare, allora i valori delle torsioni in P' che competono rispettivamente alle curve dei due complessi passanti per tale punto sono uguali in valore assoluto e di segno contrario (ciò che si può verificare facilmente in modo diretto).

---

[36]) Così si ottengono pure con quella costruzione tutte le superficie le cui asintotiche sono *quartiche di seconda specie con due tangenti di flesso*, bastando, a tal uopo, supporre che tali siano ω_1, ω_2.

[37]) Cfr., p. es., Lie, *Geometrie der Berührungstransformationen*, Leipzig 1896, p. 231.

Dott. Prof. EDGARDO TOGNOLI

Ricerche chimico-batteriologiche su un nuovo disinfettante il "Formiosan,,

Ricerche chimiche [1]).

Il *Formiosan* è un disinfettante preparato sciogliendo una determinata quantità di formalina in una soluzione idro-alcoolica di sapone potassico ed aromatizzando quindi la miscela ottenuta con un'essenza speciale.

Il *Formiosan* è preparato sotto due forme: prodotto greggio e prodotto puro; il primo è colorato in rosso-bruno, il secondo in giallo chiaro. Ambedue i tipi hanno odore aromatico gradevole, sono perfettamente limpidi, hanno reazione nettamente alcalina e si sciolgono nell'acqua in qualunque proporzione formando un liquido limpido. Impiegando l'acqua distillata come mezzo di diluizione i liquidi si mantengono limpidi purchè vengano conservati ad una temperatura non inferiore a 15°, al di sotto di questa temperatura i liquidi intorbidano leggermente ed a 0° si separano dei fiocchi biancastri che però scompaiono quando i liquidi vengano ricondotti a 15°; se invece la diluizione si effettua con acqua comune, allora il liquido intorbida per formazione di saponi alcalino-terrosi e naturalmente in proporzione alla quantità di sali alcalino terrosi contenuti nell'acqua impiegata.

Il *Formiosan* si mantiene assolutamente inalterato all'aria ed alla luce.

Trattato con acidi minerali separa gli acidi grassi solidi del sapone sotto forma di una massa leggera galleggiante, ed il liquido così trattato sottoposto a distillazione o semplicemente filtrato, contiene (oltre all'alcool contenuto nel disinfettante) l'aldeide formica introdotta.

---

[1]) Le ricerche chimiche furono eseguite dal Prof. Edgardo Tognoli, Direttore del Laboratorio Chimico Municipale di Modena.

Questa fu identificata tanto sul liquido filtrato dal suaccennato trattamento, quanto sul prodotto della distillazione colle seguenti reazioni:

1.° Con nitrato d'argento ammoniacale — formazione di specchio metallico.

2.° Col reattivo di Feder — separazione di mercurio metallico.

3.° Col reattivo di Fehling — separazione di ossidulo rosso di rame.

4.° Col reattivo di Iorissen — colorazione bleu-indaco.

5.° Col reattivo di Leblin — colorazione rossa.

6.° Col reattivo di Pollacci — colorazione violetta.

7.° Col reattivo di Rimini — colorazione azzurra.

8.° Col reattivo di Schiff — colorazione rossa.

9.° Col reattivo di Schryver — colorazione rossa.

Determinazione quantitativa dell'aldeide formica.

Il potere disinfettante del *Formiosan* dipende anzitutto dalla quantità di aldeide formica che esso contiene, ed in secondo luogo dalla presenza in esso del sapone potassico in quantochè è dimostrato che anche il sapone esplica una azione battericida e predispone la cellula batterica ad essere meglio attaccata e penetrata dall'aldeide formica.

La determinazione quantitativa di quest'ultima fu eseguita ricorrendo al metodo di Blank e Finkenheiner, dopo di avere esclusa, per esperienze fatte, l'applicazione degli altri metodi che generalmente vengono indicati.

Infatti risultò da queste prove non essere possibile il dosamento dell'aldeide formica col metodo di Romjin (iodio in soluz. alcalina) per la contemporanea presenza di alcool nel liquido in esame, nè col metodo di Legler (trasformazione dell'aldeide in esametilentetramina e titolazione dell'eccesso di ammoniaca impiegata) perchè questo metodo è troppo lento, richiede liquidi esattamente neutri, e non dà risultati esatti per la monobasicità dell'esametilentetramina che si forma.

Un metodo che sperimentalmente ha dato buoni risultati, ma che non è consigliabile nella pratica perchè assai lungo e delicato è quello proposto da Feder e basato sulla pesata del mercurio metallico che l'aldeide formica separa da una soluzione di cloruro mercurico mescolata ad una soluzione di solfito sodico e soda caustica.

Praticamente il metodo che ha dato i migliori risultati e che è stato, come si è detto, adottato è quello di Blank e Finkenheiner basato sulla seguente reazione:

$$2\,CH_2O + 2\,NaOH + H_2O_2 = 2\,HCOONa + 2\,H_2O + H_2.$$

Le condizioni migliori per eseguire il dosamento furono le seguenti:

10 cc. di *Formiosan* (tanto del tipo puro quanto del tipo greggio) furono trattati in matraccio tarato da 100 cc. con 10 cc. di acido solforico doppio-normale portando poi con acqua a 100 cc.: il liquido fu agitato ripetutamente e, divenuto quasi limpido, fu filtrato attraverso filtro asciutto. 10 cc. di filtrato furono trattati in bevuta con 30 cc. di acqua ossigenata al 3 % e quindi neutralizzati accuratamente con soda caustica diluita (in presenza di tornasole).

Il liquido così neutralizzato fu addizionato rapidamente con una quantità esattamente misurata di soda caustica normale, riscaldando il tutto a lieve calore a b. m. ed appena cessata la reazione si titolò l'eccesso di soda impiegata con acido solforico normale in presenza di tintura di tornasole.

Operando in queste condizioni e su parecchi campioni di *Formiosan* sia puro che greggio risultò essere in esso contenuto in media il 7-7,5 % di aldeide formica.

Chimicamente quindi si può concludere che il *Formiosan* è un preparato perfetto, stabile, con caratteri macroscopici soddisfacenti e che contiene una quantità di aldeide formica corrispondente a quella normalmente richiesta nei preparati del genere.

Ricerche batteriologiche [1]).

Tecnica. — La tecnica usata fu la seguente:

Fili di seta sterilizzati, di uguale misura (2 cm) venivano immersi in sospensioni omogenee di colture di 24 ore in soluzione fisiologica sterile dei vari germi sui quali si saggiava il potere battericida del *Formiosan*, avendo cura che esse fossero di pressochè uguale concentrazione, per un periodo di tempo di 10 minuti, dopo i quali essi erano posti in termostato a 37° C. fino a non completo asciugamento, onde evitare i danni che il disseccamento produce

---

[1]) Le ricerche batteriologiche sono state condotte dal Dott. Carlo Sarti nell'Istituto di Igiene della R. Università diretto dal Chiar.mo Professore Sanfelice.

sui germi, modificandone la loro resistenza; essi quindi venivano messi a contatto con la soluzione al 10 % di *Formiosan*, posta in vasetti di vetro a tappo smerigliato, previamente sterilizzati, per tempi diversi, trascorsi i quali essi venivano accuratamente e abbondantemente lavati in soluzione fisiologica sterile, per modo che la soluzione disinfettante più non avesse ad agire sui germi.

Dopo questo lavaggio venivano fatte colture a piatto in agar, avendo cura di agitare ripetutamente i fili nei tubi di agar fuso fino a scomporli nei tre capi che li costituiscono, onde ottenere il completo distacco dei germi ed una distribuzione omogenea di essi.

Sempre fu fatto, per ogni prova, un controllo con fili di seta tenuti per un eguale tempo in soluzione fisiologica sterile; furono anche fatte prove di controllo con soluzioni di formalina nelle stesse proporzioni in cui questa si trova nella soluzione al 10 % del disinfettante in esperimento.

I germi sui quali si studiò l'azione battericida del *Formiosan* sono: lo stafilococco piogene aureo, il bacillo del tifo, le spore del carbonchio.

Il 1.° fu isolato recentissimamente da un caso mortale di setticemia, il secondo del sangue di un tifoso; le spore del carbonchio si dimostrarono virulentissime per la cavia.

Le ricerche furono eseguite alla temperatura di 15° C.; le piastre furono tenute per 24 ore in termostato a 37° C. e per tre giorni alla temperatura ambiente; dopo questo tempo venne praticata la numerazione dei germi.

Le soluzioni del disinfettante furono fatte in acqua distillata e in acqua semplice. Diremo fin d'ora che i risultati su queste differenti soluzioni furono identici.

I risultati ottenuti vengono riassunti nelle seguenti tabelle:

Bacilli del tifo.

Numero delle prove	Durata di azione	Soluzione 10 %	Controllo (soluz. fisiologica)
		Numero delle colonie	
1.	5 minuti	innumevoli	innumerevoli
2.	10 »	notevole diminuzione	»
3	15 »	sterile	»
4.	20 »	»	»

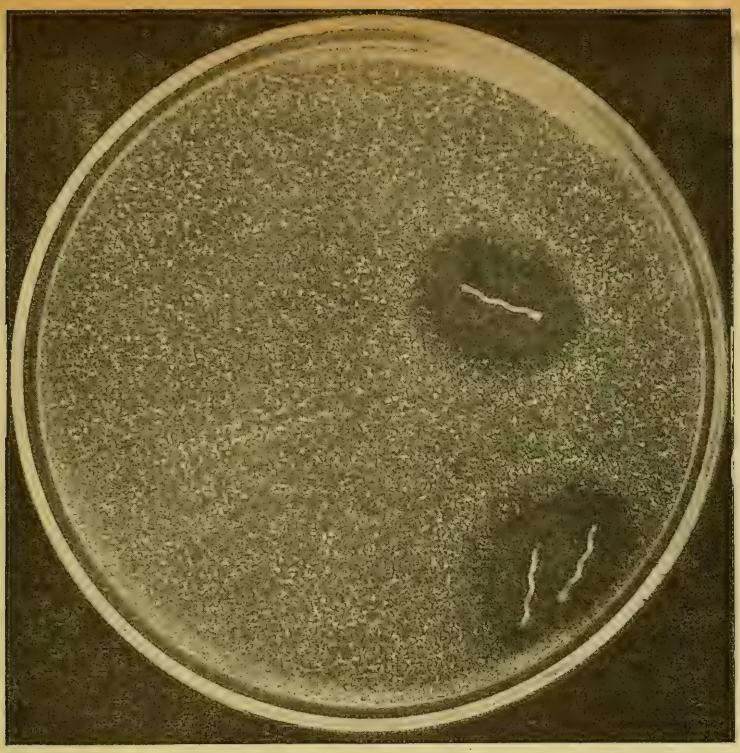
Stafilococco piogene aureo.

Numero delle prove	Durata di azione	Soluzione 10 %	Controllo (soluz. fisiologica)
		Numero delle colonie	
1.	5 minuti	lieve diminuzione	innumerevoli
2.	10 »	notevole »	»
3.	15 »	»	»
4.	20 »	»	»
5.	25 »	scarse	»
6.	30 »	rare	»
7.	35 »	»	»
8.	40 »	sterile	»
9.	45 »	»	»
10.	50 »	»	»

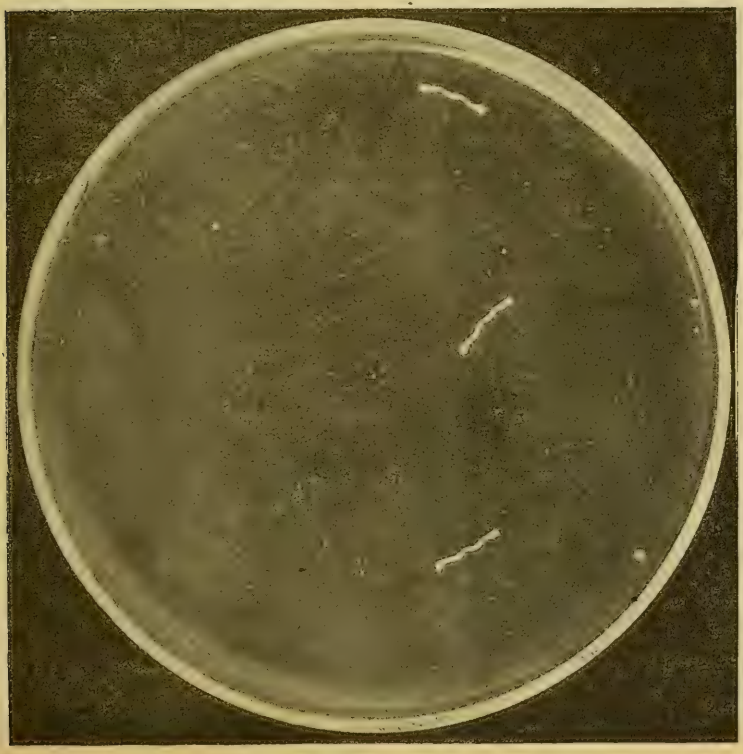
Spore carbonchiose.

Numero delle prove	Durata di azione	Soluzione 10 %	Controllo (soluz. fisiologica)
		Numero delle colonie	
1.	1 ora	innumerevoli	innumerevoli
2.	1 ½ ore	»	»
3.	2 »	»	»
4.	2 ½ »	»	»
5.	3 »	lieve diminuzione	»
6.	3 ½ »	notevole »	»
7.	4 »	sterile	»
8.	4 ½ »	»	»
9.	5 »	»	»

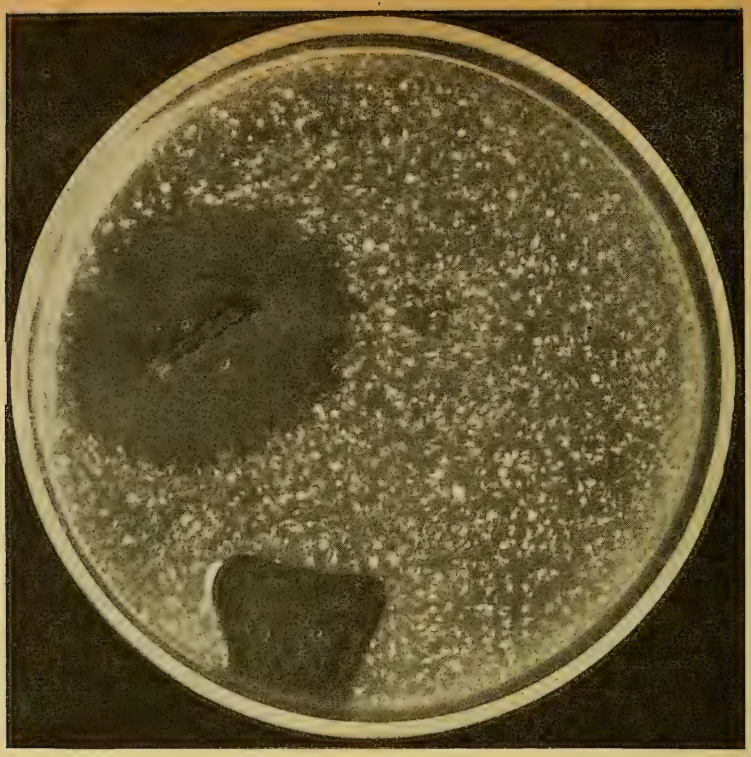
Le seguenti fotografie dimostrano chiaramente l'azione batteri cida del *Formiosan.*



Stafilococco piogeno aureo — Piastra controllo



Stafilococco piogeno aureo — Soluz. 10 % dopo 30'.



Spore del carbonchio — Piastra controllo.

Spore del carbonchio — Soluz. 10 %; dopo 4 ore.

CONCLUSIONI

1.° La soluzione al 10 % di *Formiosan* dimostra di possedere un elevato potere battericida.

2.° Essa uccide sicuramente in 15 minuti il bacillo del tifo, in 40 minuti lo stafilococco piogene aureo, in 4 ore le spore del carbonchio.

3.° Essa si dimostra più attiva della soluzione di formalina di uguale concentrazione.

Modena, Laboratorio Chimico Municipale, febbraio 1921.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Albo Sociale . . . . . pag. II

Elenco degli Istituti scientifici che ricevono gli « Atti » della Società con l'indicazione delle pubblicazioni che mandano in cambio . . . . . » III

ALESSANDRO COSTANTINI — Note su Lepidotteri dell'Emilia . . . » 1

TITO BENTIVOGLIO — Libellulidi dei dintorni di Sarzana . . . . » 10

DANIELE ROSA — Lista di Oligocheti del Modenese . . . . . » 13

TITO BENTIVOGLIO — Nuove osservazioni sui Libellulidi della Sardegna . . . . . » 19

MARIO DELGROSSO — Sulla bismutosferite di Brosso . . . . . » 21

TITO BENTIVOGLIO — Nuove osservazioni sui Libellulidi dell'Italia meridionale . . . . . » 24

— Libellulidi di alcune località italiane . . . . . » 27

G. BIANCHI — Di un nuovo gruppo di « salse » in quel di Sassuolo » 30

RAFFAELLO BATTAGLIA — Materiali per lo studio del periodo eneolitico nel Veneto . . . . . » 33

G. LO PRIORE — L'acido cianidrico nella germinazione dei semi del Nespolo nipponico . . . . . » 57

G. MINOZZI — Nota complementare alla topografia e alla fauna della grotta di S. Maria M. sul monte Vallestra . . . . . » 70

G. BIANCHI — Sopra un Gas di Cuoio distribuito nel dopo guerra alla città di Modena . . . . . » 75

— Di un Gas proveniente dalla distillazione secca di una miscela di legname, di lignite e di fossile . . . . . » 79

ALESSANDRO TERRACINI — Sulle superficie le cui asintotiche dei due sistemi sono cubiche sgembe. (Nota Prima) . . . . : » 82

EDGARDO TOGNOLI — Ricerche chimico-batteriologiche su un nuovo disinfettante il « Formiosan » . . . . . » 108

PUBBLICAZIONI DELLA SOCIETÀ DEI NATURALISTI E MATEMATICI DI MODENA

Serie I — Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, Anno I-VII (1866-1873)
Serie II — Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, Anno VIII-XV (1874-1882)
— — Indice Generale dell' Annuario, I.ª e II.ª Serie, Anno I-XV (1882)
Serie III — Atti della Società dei Naturalisti di Modena: Rendiconti delle Adunanze, Vol. I-III (1883-1887) Memorie, Vol. I-VI (Anno XVI-XXI), (1883-1887)
— — Atti della Società dei Naturalisti di Modena, Vol. VII-XVI (Anno XXII-XXXI) (1888-1898)
— — Indice Generale degli Atti, III.ª Serie, Anno XVI-XXXI, 1899.
Serie IV — Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena, Vol. I-XII (Anno XXXII-XLVI) (1899-1913)
Serie V — Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena, Vol. I-V (XLIX-LI).

I Rendiconti delle adunanze della Società fino all' anno 1881 sono pubblicati nei Volumi dell' Annuario, Serie I e II. Quelli degli anni 1882-87 sono pubblicati a parte nella Serie III, Rendiconti, Vol. I-III. I processi verbali delle adunanze tenute dal 1888 al 1898 sono inseriti nella Serie III, Atti, Vol. VII-XVI. Dal 1899 al 1904 furono tenute solo sei adunanze, i cui processi verbali non sono pubblicati.

Nel Vol. XII della Serie IV sono dati i sunti dei Rendiconti delle adunanze tenute, dopo l' andata in vigore del nuovo Statuto della Società, negli anni 1905-09. E nello stesso Vol. e nei successivi son pubblicati in esteso i Rendiconti delle Sedute della rispettiva annata.

Estratti dall' « Annuario » e dagli « Atti »:

G. Gibelli e R. Pirotta — Flora del Modenese e del Reggiano (con Appendice) 1882.
G. Gibelli e R. Pirotta — I.° Supplemento alla Flora del Modenese e del Reggiano, 1884.
A. Mori — II.° Supplemento alla Flora del Modenese e del Reggiano, 1886.
Indice alfabetico dei generi di piante citati nelle predette memorie, 1887.
A. Fiori — Muschi del Modenese e del Reggiano.
F. Saccardo e A. Fiori — Contribuzione alla Lichenologia del Modenese, 1895.
Contribuzione alla Fauna del Modenese edita a cura della Società dei Naturalisti di Modena, Vol. I (Introduzione — I-VIII: Discofori, Molluschi, Lepidotteri, Coleotteri, Vertebrati) 1877-1884, pagg. XLIII, 332.
Id. Vol. II (IX-XXII: Protozoi, Libellulidi, Ortotteri, Lepidotteri, Coleotteri, Imenotteri, Rincoti) 1882-1899, pagg. 372.

Per commissioni dirigersi direttamente al Segretario della Società: dott. Giacomo G. Bassoli, Modena, R. Università.

ATTI

DELLA

SOCIETÀ DEI NATURALISTI

E MATEMATICI

DI MODENA

Serie V - Vol. VI (LII)

1921

259283

MODENA
SOCIETÀ TIPOGRAFICA MODENESE
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1922

ATTI

DELLA

SOCIETÀ DEI NATURALISTI

E MATEMATICI

DI MODENA

Serie V - Vol. VI (LII)

259283

1921

MODENA
SOCIETÀ TIPOGRAFICA MODENESE
ANTICA TIPOGRAFIA SOLIANI

1922

ALBO SOCIALE

ELENCO DELLE CARICHE

Anno 1921 - LVII della Società.

Presidente

COLOMBA prof. cav. LUIGI

Vice-Presidenti

BONACINI prof. CARLO
BENTIVOGLIO prof. TITO

Segretario

BASSOLI dott. GIACOMO G.

Cassiere

REGGIANI prof. ERMENEGILDO

Consiglio di redazione degli « Atti »

IL PRESIDENTE
I VICE-PRESIDENTI
COLOMBA prof. LUIGI
MAZZOTTO prof. DOMENICO
BIANCHI prof. GUIDO
TOGNOLI prof. EDGARDO

Anno 1922 - LVIII della Società.

Presidente

COLOMBA prof. cav. LUIGI

Vice-Presidenti

DANIELE prof. ERMENEGILDO
DANIELE prof. ROSA

Segretario

BASSOLI dott. GIACOMO G.

Cassiere

REGGIANI prof. ERMENEGILDO

Consiglio di redazione degli « Atti »

IL PRESIDENTE
I VICE-PRESIDENTI
BIANCHI prof. GUIDO
RAVENNA prof. ETTORE
BENTIVOGLIO prof. TITO
MAZZOTTO prof. DOMENICO

ELENCO DEI SOCI

1886 Bentivoglio conte prof. Tito
1897 Bonacini prof. cav. Carlo
1899 Sperino prof. cav. Giuseppe
1905 Daccomo prof. cav. Gerolamo
— Forti dott. cav. Achille
— Nicoli prof. cav. uff. Francesco
— Tognoli prof. Edgardo
1907 Sforza prof. Giuseppe
1908 Mazzotto prof. cav. Domenico
— Rellini prof. cav. uff. Ugo
1909 Bassoli dott. Gian Giacomo
— Lo Priore prof. Giuseppe
1911 Reggiani prof. cav. uff. Ermenegildo
— Tarozzi prof. Giulio
1912 Ravenna prof. Ettore
— Cuoghi Costantini prof. Luigia
— Zannini prof. Prospero
— Goldoni dott. Ettore
1914 Ronca prof. Vittorio
1915 Colomba prof. Luigi
1916 Del Grosso dott. Mario
— Minozzi dott. Carlo
1917 Rosa prof. cav. Daniele
1917 Vecchi ing. Adolfo
1918 Pantanelli prof. Enrico
1919 Bianchi prof. Guido
— Costantini Alessandro
1920 Daniele prof. Ermenegildo
— Tardini prof. L. Lorenzo
— Battaglia cav. Raffaele
— Figini dott. Guido
— Lunardi dott. d. Adolfo
1921 Castelli dott.
— Terraccini prof. Alessandro
— Livi prof. Livio
— Briganti dott. Foscolo
— Chisini prof. Oscar
— Lincio prof. Gabriele
1922 Zavattari dott. Edoardo
— Zambelli prof. Giovanni Z.
Istituto di Botanica, Modena
» di Mineralogia e Geologia, Modena
» di Zoologia, Anat. e Fisiol. comp.te Modena

ELENCO

delle pubblicazioni ricevute in cambio nell' anno 1921

(L' elenco delle Società corrispondenti trovasi nel volume 1917-18)

ITALIA

BOLOGNA — R. Accademia delle Scienze
Rendiconti, Classe di Sc. Fisiche. Vol. XII e XXIII.

CATANIA — Accademia Gioenia di Scienze Naturali
Atti. Anno XCVI-XCVII, Vol. XII, s. 5.
Bollettino delle Sedute. Ser. II, Fasc. 49.

FIRENZE — R. Accademia dei Georgofili
Atti. Anno 168, n. 2.

GENOVA — Società Ligustica di Scienze Naturali e Geografiche
Atti. Vol. XXXI, N. 2, 3, 4, A. XXXII, N. 1.

MESSINA — R. Accademia Peloritana
Atti. Vol. XXIX.
Resoconti. Gennaio, Marzo-Luglio 1920.

MILANO — R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere
Rendiconti. Vol. LIII, f. 16-17, 18-20; Vol. LIV, f. 1, 2, 3-5, 6-10.

ID. — Società Italiana di Scienze Naturali e Museo Civico di Storia Naturale
Atti. Vol. LIX, f. 3 e 4; Vol. LX, f. 1 e 2.

PADOVA — Accademia Veneto-Trentino-Istriana di Scienze Naturali
Atti. Ser. III, Vol. XI (1920).

PISA — Società Toscana di Scienze Naturali
Memorie. Vol. XXXIII.
Processi Verbali. Vol. 29, d. 2, 3, 4, 5.

VICENZA — Accademia Olimpica — Vol. VII.

ROMA — R. Accademia dei Lincei
Rendiconti Classe di Sc. fisiche etc., Ser. V, Vol. 30, I sem., f. 1-6, 7-12; Vol. 29, II sem., f. 12.
Rend. adun. solenne 1921.

TORINO — R. Accademia delle Scienze
Atti. Vol. LVI, Disp. 1, 2-3, 4, 5-6, 7.
ID. — R. Accademia di Medicina
Giornale. Anno LXXXIII, n. 8-12; Anno LXXXIV, n. 1-4.

ALGERIA

ALGER — Société d'Histoire Naturelle de l'Afrique du Nord
Bulletin. Tom. XII, n. 1 a 7.

ARGENTINA

BUENOS AIRES — Sociedad cientifica argentina
Anales. Tom. 90.
ID. — Museo Nacional
Anales. Tomo XXVII, XXVIII e XXIX.
Obras completas ecc. de Florentino Ameghino. Vol. I, II.
CORDOBA — Academia Nacional de Ciencias
Boletin. Tom. XXIV, Ent. 3-4.

AUSTRIA

GRAZ — Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark
Mitteilungen. Bd. 51-55.
WIEN — K. k. Naturhistorisches Hofmuseum
Annalen. Bd. XXIV.
ID. — Zool. Bot. Gesellschaft Verhandlungen
Band 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70 (1914 a 1920).
ID. — K. K. Geologischen Reichsanstalt
Jahrbuch Band LXIX, LXX.
Verhandlungen 1920.
General Register 1901-1910.

BELGIO

LIÈGE — Societé Geologique
Bulletin. Vol. XLII.
BRUXELLES — Académie Royale de Belgique
Mémoires. S. 3.ª, T. XI, p. 1.
Bulletin 1920, n. 9-12, 1921, n. 1-3.
Annuaire 1921.
BRUXELLES — Société R. Zoologique et Mal.
Annales. T. 50.

CECOSLOVACHIA

PRAGA — Societas Entomologica
Acta. R. XVII (1920), R XVIII (1921).

DANIMARCA

ODENSE — Naturhistorisk Forening
Videnskabelige Meddelelser. Bind. 72.

FRANCIA

RENNES — Société Géologique et Mineral.
Bulletin. T. 1, f. 1 e 2.

GERMANIA

BERLIN — Botanischer Verein der Provinz Brandenburg
Verhandlungen. 57, 58, 59, 60.

ID. — Deutsch. Entomologische Museum
Mitteilungen. Band IV, n. 4-6, 7-9 (1915); B. V. n. 1-4, 5-8, 9-12 (1916); B. VI n. 1-3, 4-6, 7-9, 10-12 (1917); B. VII n. 1-3, 4-6, 7-9, 10-12 (1918); B. VIII, n. 1-3, 4-6, 7-9, 10-12 (1919); B. IX n. 1-3, 4-6, 7-9, 10-12 (1920); B. X n 1, 2, 3, 4, 5, 6 (1921).

ID. — Gesellschaft Naturforschender Freunde
Sitzungsberichte. N. 1, 2, 3, 4-7, 8-10 (1920).

NURNBERG — Naturhistorischen Gesellschaft
Band XXI, h. 1 e 2.

REICHENBERG — Verein der Naturfreunde
Mitteilungen. Jahr. 42 e 43.

WIESBADEN — Nassauischen Verein f. Naturkunde
Jahrb. Jahrgang 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73.

GRAN BRETTAGNA

EDINBURG — Royal Society of Edinburgh
Proceedings. Vol. 40 e 41.

ID. — Royal physical Society
Proceedings. Vol. XX, p. V.

OLANDA

LA HAYE — Archives Néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux
Arch. d. sc. ex. et nat. t. V, l. 2, 3, 4; t. VI, l. 1

Sér. III A, t. V; Ser. III, B, t. IV.
Oeuvres complètes de Huygens. Vol. XIV.
Archives du Musèe Teyler. Ser. III, Vol. 3-4.

ROMANIA

BUCAREST — Academia Românà
Bulletin de la Sect. Scientifique. Anno VI, N. 5-6, 7-9, 10; Anno VII, N. 1-3.

RUSSIA

DORPAT — Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew
Sitzungsberichte. XXIV (1-4); XXV (2-4); XXVII (1-4).
Archiv f. Naturkunde Biologische. 2ª Serie, B. XIV, L. 1 e 2.

SPAGNA

BARCELLONA — Junta de Ciencies Naturals
Vol. 3 (IX e X); 4, 5, 7 (I), 8.
Annuari. III (1918).

STATI UNITI D'AMERICA

BOSTON — Soc. of Nat. Hist.
Proceedings. V. 35, n. 4, 5, 6.
BUFFALO — Soc. of Nat. Hist.
Bulletin. V. 11, 12, 13, n. 1-2
NEW-HAVEN — Connecticut Academy of Arts and Sciences
Memoires, VII, 1920.
Transactions. Vol. 25, pp. 1-92.
PHILADELPHIA — Zoological Society
Annual Report of the Board of Directors, 1921.
ID. — Academy of Natural Sciences
Proceedings Vol. LXXII, p. 2 e 3.
ST. LOUIS — Missouri Botanical Garden
Bulletin. Vol. IX, n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
WASHINGTON — U. S. Department of Agriculture
Yearbook. 1918, 1919.
Bulletin n. 862, 868.
WASHINGTON — Smithsonian Institution
Annual Report, 1920.
ID. — U. S. National Museum
Bulletin, 100 (Vol. 1, p. 8-9) 104, 112, 115, 116.
Contributions from the U. S. National Herbarium. Vol. 22, p. 4 e 5.

URBANA — Illinois University
Biological Monographs. Vol. V, n. 3-4; Vol. VI, n. 1, 2-3, 4.

SVEZIA

STOCKHOLM — Entomologiska Föreningen
Entomologisk Tidskrift. Arg. 41, N. 1, 2-4.

SVIZZERA

BASEL — Naturforschende Gesellschaft
Verhandlungen Band XXXI.
BELLINZONA — Società Ticinese di Sc. Nat.
Bollettino. Anno XV (1920).
BERNA — Nat. Ges.
Mitteilungen 1919.
LAUSANNE — Société Vaudoise de Sciences Naturelles
Bulletin. N. 199, 200.
NEUCHÂTEL — Soc. Neu. de Sc. Nat.
Bulletin, t. XLIV.
ZURIGO — Naturf. Gesell.
Vierteljahrsschrift, H. 3 e 4 (1919).

URUGUAY

MONTEVIDEO — Museo Nacional
Anales. Serie II, entr. 4.

Prof. ZANNINI PROSPERO

Sopra il *Canalis basilaris medianus occipitalis* (*Gruber*) negli equini.

Gruber nel 1880 fu il primo a mettere in luce nell'uomo una serie di condotti diramati nella sostanza spugnosa del basioccipitale, distinguendoli col nome generico di canali basilari. Fra questi il Canale basilare mediano è quello che ha carattere morfologico ben distinto e costante.

Tutti sono d'accordo nell'ammetterne la rarità.

Gruber ne distinse 3 forme: 1.° *Canalis medianus basilaris superior* cogli orifizî di sbocco nell'interno della cavità craniense. 2.° *Canalis medianus basilaris inferior*, presentante un orifizio nella faccia endocranica dell'apofisi basilare ed uno nella faccia ectocranica, attraversando tutto lo spessore dell'osso. 3.° *Canalis medianus basilaris bifurcatus*, con orifizio di sbocco alla faccia superiore del basioccipitale, presso il ciglio anteriore del forame magno, indi biforcato in due condotti, i quali approdano rispettivamente alla faccia inferiore e superiore del basioccipitale.

Frattanto nel 1903 Paravicini credette opportuno eliminare il gruppo dei c. b. m. biforcati, non costituendo enti morfologici distinti, aggiungendo invece un gruppo di canali b. *verticali* ed un gruppo di canali *uniperforati*, muniti cioè di un solo orifizio endo o ectocranico. Quest'ultima veduta incontrò il favore anche di Perna (1906), il quale tuttavia ritenne indispensabile che in questa varietà di canali b. l'orifizio di sbocco debba sempre corrispondere a quel forellino che con una certa costanza si trova nei bambini (Chiarugi) presso il grande foro occipitale.

Oltre gli AA. sopra ricordati il c. b. m. nell'uomo venne studiato da Romiti, Calori, Fusari, Varaglia-Silva, Staderini, Le Double, Montané, Tourneux, Balli ecc.

Nè sarà fuor di luogo ricordare che Paravicini rivolse le sue indagini sopra crani di pazzi, mentre Varaglia-Silva, e Balli esaminarono crani di criminali.

A conti fatti gli AA. studiarono un totale di circa *6000* esemplari da cui ne trassero conclusioni interessanti.

Sia detto anzitutto che le varietà più frequenti sono rappresentate dal c. b. m. superiore e dall'uniperforato (Romiti, Perna, Balli), mentre molto più rara sarebbe la forma di c. b. m. inferiore (Gruber, Romiti, Calori, Perna, Staderini, Paravicini, Balli), e addirittura rarissima la varietà biforcata (Gruber).

La frequenza del c. b. m. venne stabilita nella misura del 2,47 % negli adulti, e del 4,22 % nei bambini. Pertanto Balli trovò nei criminali una frequenza superiore (4,93 %) che nei crani di uomini sani di spirito.

Nè sia dimenticato che Romiti, Paravicini e Perna descrissero esemplari eccezionali di c. b. m., e che Tourneux lo vide sempre esistente assieme al canale cranio-faringeo.

Ben poche notizie abbiamo raccolte riferibili agli animali.

Gruber fece ricerche comparative, ma in tutti i mammiferi esaminati riscontrò mancanti i veri c. b. Soltanto nella fossa basilare di un *Cebo* notò un forame, diviso in due da un setto osseo, analogo all'orifizio posteriore del c. b. m. s., orifizio che pure scoprì in una *Foca* e in un Pedetes Caffer.

Per contro Fusari vide un piccolo canalino nel basilare di un puledro e di un vitello.

Tuttavia nulla attorno a ciò è accennato nei trattati di anatomia, nè per quanto ci consti, esistono memorie al riguardo. Solo nella figura 252 (presa da fotografia) del trattato del Bossi ecc. (vol. I., p. 245) fa risalto il foro posteriore del c. b. m., ma nella leggenda manca affatto ogni indicazione riferibile al suo significato.

Ci parve quindi interessante passare in rassegna la raccolta dei crani del nostro Museo, un totale di 110 esemplari, appartenenti a soggetti della più disparata età.

Nelle nostre indagini ben presto ci accorgemmo che anche negli equini il c. b. m. esiste, assumendo però una disposizione diversa di quella dell'uomo.

Esso infatti può presentarsi in due modi, cioè, come c. b. m. s. (Gruber) o come c. b. m. uniperforato superiore di Perna. — In maniera assoluta difetta la varietà di c. b. m. i.

Il c. b. m. s. di regola è provvisto di due orifizî endocranici basioccipitali (fig. 1.) e comunicanti, (in via eccezionale di 3 posti

in fila (feto)), di cui l'uno posteriore (3) sempre unico mediano e al davanti del ciglio anteriore del forame magno (2), con un'ampiezza da 1 a 3 mm.; e l'altro anteriore (4), medio o laterale, assai piccolo e distante dal primo 6 o 7 mm., e financo 3 cm. e ½.

La specillazione però svela che il c. b. non finisce in corrispondenza dell'orifizio endocranico anteriore, ma bensì che esso procede per una lunghezza variabile, eppure il più delle volte notevole (2-3 cm.), presentando una direzione sagittale, un calibro sensibile ed una estremità cieca. (fig. 3-3).

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1. — Basioccipitale di puledrino (6 mesi). — 1 faccia endocranica, 2 foramen magnum, 3 orificio post. del c. b. m., 4 orificio ant., 5 faccia di unione coll' exoccipitale.
Fig. 2. — Cranio di giovane toscano (dal Perna). c. b. m. canale basilare mediano.

Purtuttavia in nessun caso raggiunge l'estensione del c. b. m. s. dell'uomo, che nella forma tipica sorpassa lo spessore della sincondrosi sfeno-occipitale e si arresta all'altezza della lamina quadrilatera dello sfenoide. (Perna) (fig. 2).

Per la sua speciale disposizione, riscontrata una volta nell'uomo da Perna e da Tourneux, il c. b. m. degli equini potrebbe, secondo noi, anche definirsi c. b. m. biforcato, lungi però dall'attribuirgli il significato concepito da Gruber.

Noi lo vedemmo costante nel feto, frequente nei puledri di pochi mesi, e nella proporzione del 13,12 % negli adulti.

Dal canto suo il c. b. m. uniperforato mostra il suo orifizio endocranico, sempre in vicinanza del ciglio del forame magno e

con un diametro da $^1/_2$ a 3 mm. Pur esso si mantiene in linea mediana e sagittale (fig. 3) e si estende per una lunghezza diversa terminando a fondo cieco (3) nello spessore del basioccipitale.

Figura nella proporzione del 15,16 %. Soltanto una volta lo riscontrammo in un puledro di 6 mesi.

Esemplari eccezionali. 1.° Nel cranio di un cavallo di 8 anni il c. b. è uniperforato (fig. 3), coll'orifizio (2) in vicinanza del ciglio anteriore del foramen magnum, rotondo e del diametro ragguardevole di ben 9 mm. L'orificio immette in una fossa profonda 12 mm. al cui estremo orale si apre il c. b. m. con un foro di 1 mm., il quale, alla sua volta, si spinge in un canale lungo 4 cm. (3),

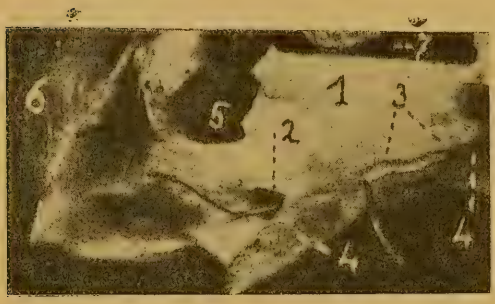


Fig. 3.

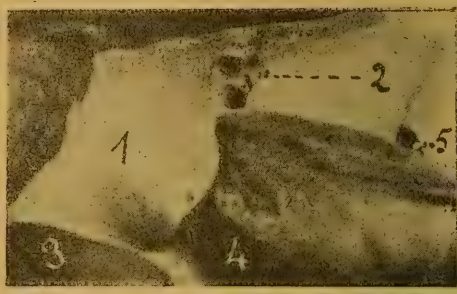


Fig. 4.

Fig. 3. — 1 faccia endocr. basiccip., 2 orificio del c. b. m., 3 fondo cieco del c. b. m., 4 sezione longit. del basioccipitale, 5 foro condiloideo, 6 condilo occipitale, 7 foro lacero.

Fig. 4. — 1 faccia endocranica basioccipitale, 2 orifizio del c. b. m. con setto di divisione, 3 condilo occipitale, 4 faccia nucale dell'occipitale, 5 foro lacero.

largo 3 mm. e a fondo cieco. Esso decorre superficiale, un po' ondulato e appena ricoperto da una sottile lamina di tessuto osseo compatto. Tale esemplare ricorda in parte il caso descritto da Paravicini nell'uomo, e quello di Perna e di Romiti.

2.° Cavallo di 7 anni. Il c. b. m. è superiore e uniperforato.

L'enorme orificio (fig. 4, 2) di questo canale, che occupa la solita posizione, appare diviso in due fori rotondeggianti, da un grosso setto verticale e mediano, che si affonda nel canale per parecchi millimetri. Rammenta la disposizione descritta da Paravicini nel foro mediano del suo esemplare eccezionale, e da Gruber nel Cebo.

3.° Cavallo di anni 10. C. b. m. s. uniperforato. Orificio ampio e fossa profonda (1 cm. $^1/_2$) al cui estremo craniale si aprono 3 canali distinti; l'uno mediano, che rappresenta il vero c. b. m., e due laterali e diagonali, i quali vanno via via aumentando di larghezza

dalla porzione aborale (2 mm.), alla porzione orale cm. 1 e ½ La loro lunghezza è di 3 cm.; originano dall'orifizio endocranico basioccipitale e terminano quasi a metà del margine laterale dello stesso osso, cioè nel foro lacero. Quivi di regola essi formano una doccia a spese delle due lamine dell'apofisi basilare, doccia che sovente prosegue in avanti fino alla sincondrosi sfeno-occipitale.

4.° Cavalla di anni 12. Orificio e fossa come nel caso precedente.

Dal fondo di questa si apre un sottile e corto c. b. m., a fondo cieco, e un canale diagonale sinistro. L'orificio endocranico, pure in questo esemplare, è diviso da un setto osseo verticale.

* * *

Mentre ancora oscuro è il significato morfologico del c. b. m. che secondo Gruber, Calori e Romiti rappresenta un canale vascolare, contrariamente al pensiero di Staderini e Perna, i quali veggono in esso un residuo del canale cordale, cioè, un'anomalia regressiva; sembra più chiaramente, secondo noi, spiegabile il significato dei canali diagonali esistenti nel 3.° e 4.° caso eccezionale.

Noi pensiamo che essi costituiscano la persistenza di una particolarità fetale e della prima età; vale a dire la persistenza di due fessure che solcano i bordi laterali del basioccipitale (fig. 1.) e si approfondano nella diploe per formare dei veri seni intraossei.

Queste fessure sono omologhe delle incisure laterali che nell'uomo, assai spesso, si scoprono nell'apofisi basilare, indicando le vestigia della sua divisione primitiva in pezzi molteplici. La qual cosa costituisce un grado di divisione parziale dell'osso, che nella fase più avanzata è rappresentata dall'esistenza del così detto osso basiotico (Albrecht), che appunto appartiene al basioccipitale.

* * *

Concludiamo: Il c. b. m. negli equini si presenta nella proporzione del 32 %. Esso può avere la forma di c. b. m. s., con due orifizî, ed essere biforcato in due canali, di cui il più profondo è cieco al suo estremo orale; oppure presentarsi come canale superiore uniperforato, colla coesistenza eccezionale di due larghi canali laterali-diagonali aprentisi nel foro lacero.

Costante nel feto e nella prima età (6 - 7 mesi), il c. b. m., diminuisce di frequenza nell'età avanzata ove pare incontri fenomeni regressivi.

LAVORI CITATI

1. Gruber W. — *Ueber den anomalien Canalis basilaris medianus des os occipitale beim Menschen.* (Mem. de l'Acad. Imp. des scienc. de St. Petersbourg. Ser. 7., T. 27 1880, N. 9).
2. Paravicini. — *Fori e canali del bassioccipitale nei 296 crani del Manicomio di Milano in Monbello.* — Rend. Istit. Lombardo. S. 2., V. 36., Fasc. 9 1903, p. 480.
3. Perna. — *Sul canale basilare mediano e sul significato della fossetta faringea dell' osso occipitale.* — Anat. Anzeig. 1906, pag. 379.
4 Romiti. — *Lo sviluppo e le varietà dell' osso occipitale nell' uomo.* (Atti R. Acc. dei Fisiocritici di Siena, S. 3., V. 3. 1881.
5. Calori L. — *Sopra alcuni notabili dell' osso sfenoide e della porzione basilare dell' osso occipitale* (Mem. R. Acc. Scienze Bologna S. 5. T. 2. pag. 773 - 1892.
6. Idem. — *Sopra un notabile aumento numerico di forami e canali emissari del cranio umano.* (Mem. R. Acc. di Bologna, S. 5., T. 5., 1894 - 95, pag. 19.
7. Fusari. — *Delle principali varietà ed anomalie presentate dalle ossa della testa e del tronco esistenti nel Museo Anat. di Ferrara.* (Mem. Acc. Med. di Ferrara, 1891).
8. Staderini. — *Il canale basilare mediano ed il suo significato morfologico.* Monitore Zoologico *1900*, pag. 131.
9. Varaglia e Silva. — *Note anatomiche e antropologiche sopra 60 crani e 42 encefali di donne criminali.* — Arch. Psic. e Sc. Penali. V. 6., 1885, pag. 480.
10. Le-Double. — *Traité des variations des os du crane de l' homme et de leur signification de point de vue de l' anthropologie, ecc.* — Paris Ed. Vigot. Frére 1903.
11. Montane. — *Citato da Le-Double.*
12. Tourneux. — *Ip. Canal cranio-pharingien et canaux basilaires* (Journal L'Anat. et Physiol. 1912, pag. 258. (In Schwalbe jaresber., 1912, pag. 110).
13. Balli. — *Sur la frequence du canalis basilaris medianus occipitalis* (Gruber) chez les criminels (Bibliographie Anatomique, fas. 3., T. XVI, pag. 172.
14. Idem. — *Crani umani rinvenuti nel sotto suolo modenese.* Correggio. Finzi, 1906, pag. 3.
15. Idem e Frassetto. — *Anatomia radiografica dello scheletro.* Parte I.ª pag. 77. Modena, 1921.

Sul teorema di Noether
relativo alla decomponibilità di una trasformazione cremoniana in un prodotto di trasformazioni quadratiche.

NOTA DEL D.r OSCAR CHISINI

Una trasformazione cremoniana del piano di un qualunque ordine n, la quale fa corrispondere alle rette le curve φ (d'ordine n) di una rete omaloidica, può ridursi a un prodotto di trasformazioni quadratiche, come CLIFFORD ebbe a riconoscere per via d'esempi: la riduzione viene fatta osservando che l'ordine delle φ può essere abbassato mediante una trasformazione quadratica che abbia come punti fondamentali i tre punti O, O_1, O_2 di molteplicità massima per le curve φ, giacchè queste molteplicità danno una somma $r + r_1 + r_2 > n$.

Una tale dimostrazione, fatta contemporaneamente (1870-71) da NOETHER [1]) e da ROSANES [2]), venne estesa da NOETHER (1872) al caso in cui i punti suddetti siano infinitamente vicini [3]): tuttavia, come ha mostrato SEGRE [4]) (1901), dall'analisi di Noether sfugge il caso in cui i punti si susseguano sopra un ramo non lineare.

CASTELNUOVO [5]), due mesi dopo la critica del Segre, offriva una nuova dimostrazione del teorema, abbandonando l'analisi di Noether (basata sull'esame dei caratteri numerici delle reti omaloidiche) e fondandosi invece sulla considerazione delle aggiunte successive: faceva vedere che l'ordine di una rete omaloidica si abbassa con trasformazioni di Jonquières e che queste si decompongono in trasformazioni quadratiche.

[1]) « Math. Annalen », Bd. 3.
[2]) « Journal für math », Bd. 73.
[3]) « Math. Annalen », Bd. 5.
[4]) « Rendic. dell'Accademia di Torino », 24 marzo 1901.
[5]) Ibid., 12 maggio 1901.

Molto più tardi D. NENCINI (1916) e W. FRANCIONI (1917) riprendevano [1]) la questione, ricorrendo come Castelnuovo a trasformazioni riduttrici di Jonquières e ricollegandone l'esistenza ai caratteri numerici che definiscono le reti omaloidiche.

Ora — attendendo col prof. Enriques alla redazione del III volume delle « Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni » — ho avuto occasione di riesaminare tale argomento, e mi sono accorto che con leggerissime modifiche ed aggiunte *il procedimento di Noether vale senza eccezione anche nel caso generale,* e similmente valgono pure le riduzioni a tipi dei sistemi lineari di curve piane, riduzioni che si ottengono con lo stesso metodo e che cadevano sotto la medesima critica di Segre. Dato l'interesse dell'argomento, espongo qui il nocciolo della riduzione delle trasformazioni cremoniane, la cui teoria verrà ampiamente svolta nel suddetto trattato dell'ENRIQUES, dove si troverà anche l'accennata riduzione a tipi dei sistemi lineari [2]).

Data una rete omaloidica di curve piane, φ, d'ordine n, si indichino con $r = r_0, r_1, r_2, \ldots\ldots$ le molteplicità dei punti base: esprimendo che la rete è omaloidica, e che i punti multipli della φ generica — che è razionale — cadono nei punti base della rete, si hanno le due relazioni

$$n^2 - \sum r_i^2 = 1;$$

$$n(n-3) - \sum r_i(r_i - 1) = -2;$$

dalle quali si ottiene immediatamente

$$1) \qquad \sum r_i^2 = n^2 - 1 \quad ; \quad \sum r_i = 3(n-1).$$

[1]) DAVIDE NENCINI, *Sulla classificazione aritmetica di Noether dei sistemi lineari di curve algebriche piane;* Palermo, Litografia Castiglia. WALDES FRANCIONI, *Sulla riduzione.....*, Giornale di Mat. di Battaglini, vol. LVI (1918).

[2]) FERRETTI (*Rend. del Circolo matem. di Palermo*, t. 16, 1902), fa vedere come la riduzione di Castelnuovo si estenda ai sistemi lineari di curve di genere 0, 1, 2.

Ciò posto stabiliamo due lemmi.

Lemma I. — *Per una rete omaloidica di curve d'ordine* n, *i tre punti base di molteplicità più elevata,* r, r_1, r_2, *danno una somma*

$$r + r_1 + r_2 > n.$$

Si considerino i numeri r_i soddisfacenti alle 1) come le altezze di rettangoli (quadrati) per i quali è data la somma delle aree $\sum r_i^2 = n^2 - 1$, e la somma delle basi $\sum r_i = 3(n-1)$: la media delle altezze [1]) di tali rettangoli varrà

$$\rho = \frac{\sum r_i^2}{\sum r_i} = \frac{1}{3}(n+1).$$

Sia r la massima molteplicità, e valga

$$r = \rho + \delta,$$

poichè la base r è minore od uguale alla semisomma delle basi, essendo $r \leq n-1$ e $\sum r_i \geq 2n-2$ per $i > 1$, la media di questi ultimi r_i (concepiti come altezze) varrà

$$\rho' \geq \rho - \frac{\delta}{2};$$

sia r_1 è il massimo di tali r_i, e valga

$$r_1 = \rho' + \delta_1;$$

poichè $r_1 \leq n-1$, e la somma degli altri r_i $(i \geq 2)$ è maggiore od uguale a $n-1$, la media di questi r_i sarà

$$\rho'' \geq \rho' - \delta_1$$

e quindi il massimo di essi, r_2, varrà

$$r_2 \geq \rho' - \delta_1.$$

Segue

$$r + r_1 + r_2 > n + 1.$$

---

[1]) Definiamo qui come media delle altezze un ρ tale che, dato come altezza a un rettangolo, avente per base la somma delle basi, riproduce un'area uguale alla somma delle aree.

Lemma II. — *Se* O *è il punto base di molteplicità massima* r, *e gli altri punti base* $O_1 O_2 \ldots O_t$ *che siano prossimi* [1]) *ad* O *posseggono molteplicità* $r_1 r_2 \ldots r_t$ *tali che*

$$r + r_1 + r_2 + \ldots + r_t > n,$$

allora esiste un altro punto base P *(proprio o almeno non prossimo ad* O*) la cui molteplicità* h *soddisfa alla relazione*

$$2h > n - r. \quad ^{2})$$

Infatti la media delle molteplicità dei punti diversi da $O O_1 O_2 \ldots O_t$ vale

$$\rho > \frac{n^2 - 1 - r^2 - r_1^2 - \ldots - r_t^2}{3(n-1) - r - r_1 - \ldots - r_t},$$

e siccome

$$r + r_1 + r_2 + \ldots + r_t > n$$

$$r_1 + r_2 \ldots + r_t < r$$

$$r_1 \leq n - r, \; r_2 \leq n - r \ldots r_t \leq n - r,$$

si avrà

$$\rho > \frac{n^2 - 1 - r^2 - (n-r)r}{2n - 3} > \frac{n(n-r)}{2n} = \frac{n-r}{2},$$

ed essendovi (almeno) un punto base P di molteplicità $h \geq \rho$, segue l'asserto.

Data ora fra i punti del piano una trasformazione cremoniana T, che alle rette faccia corrispondere curve φ d'ordine n, si applichi alla rete omaloidica delle φ il lemma I: se i punti O, O_1, O_2 sono distinti (il che può supporsi accadere in generale) o si succedono sopra un ramo lineare, la trasformazione quadratica Q che abbia

[1]) Diconsi prossimi ad O quei punti infinitamente vicini che — mediante una trasformazione quadratica col punto fondamentale O — si trasformano in punti (propri o infinitamente vicini) sopra la retta fondamentale omologa di O.

[2]) Questo nostro lemma non differisce sostanzialmente da quanto osserva Noether nel caso dei punti infinitamente vicini (cfr. « Math. Annalen », Bd. 5, pg. 638).

questi punti come fondamentali trasforma le curve φ in una rete omaloidica di curve φ' d'ordine $n' < n$, la quale rete definisce una trasformazione cremoniana T' (trasformante le rette nelle φ') per cui è

$$T' = QT, \quad \text{cioè} \quad T = Q^{-1} T'.$$

Applicando lo stesso ragionamento alla T' si arriva a decomporre la T in un prodotto di trasformazioni quadratiche.

Ma nel caso — in un certo senso eccezionale — in cui O_1 e O_2 siano infinitamente vicini ad O in direzioni distinte o succedentisi sopra un ramo cuspidale, la Q degenera cessando di esistere: tuttavia allora — per abbassare l'ordine delle φ — potremo ricorrere ad un insieme di trasformazioni quadratiche, la cui esistenza ci verrà assicurata dal lemma II, le quali ci conducono ugualmente allo scopo. E ciò nel modo che segue.

Si eseguisca una trasformazione quadratica T_1 prendendo come base i punti O, O_1, di molteplicità r e r_1 e un punto generico del piano, A_1; indicando con O', O'_1, A' i punti omologhi delle rette $A_1 O_1, A_1 O, OO_1$, le φ verranno trasformate in curve φ' d'ordine

$$N_1 = 2n - r - r_1 = n + (n - r) - r_1$$

passanti per O' con la molteplicità

$$R_1 = n - r_1$$

e passanti ancora $n - r$ volte per O'_1 (infinitamente vicino ad O') con $n - r$ rami lineari non osculantisi: inoltre le φ' passeranno per i punti (trasformati di) $O_2, O_3, \ldots$ con le molteplicità primitive delle φ. [1]) Qui conviene notare esplicitamente che il punto multiplo O'_1 — creato dalla trasformazione — riesce in direzione affatto generica rispetto agli altri punti multipli dell'intorno di O' che provengono da quelli dell'intorno di O.

Si eseguisca ora una seconda trasformazione quadratica T_2, prendendo per punti base O', O_2 ed un punto generico A_2; usando

[1]) La T_1 trasforma l'intorno (del prim'ordine) di O nell'intorno di O', quello (del second'ordine) di O_1 nei punti della retta $A'O'$, e i punti della retta $A_1 O$ (diversi da A_1 e O) nei punti infinitamente vicini ad O'_1. Ciò è ben noto, e si riconosce facilmente per es. considerando la T_1 come limite di una ordinaria trasformazione quadratica coi tre punti fondamentali distinti.

nomenclatura analoga a quella del caso precedente avremo curve trasformate d'ordine

$$N_2 = 2N_1 - R_1 - r_2 = n + 2(n-r) - (r_1 + r_2)$$

passanti

$$R_2 = N_1 - r_2 = n + (n-r) - (r_1 + r_2)$$

volte per un punto O'', ed ancora $N_1 - R_1 = n - r$ volte per un punto O''_1, infinitamente vicino ad O''; nonchè per i punti (trasformati di) $O'_1, O_3, O_4 \ldots\ldots$ con le molteplicità primitive.

Se $O_1, O_2 \ldots\ldots O_q$ sono i punti prossimi ad O, di molteplicità $> \frac{n-r}{2}$, si eseguiscano ulteriormente le trasformazioni $T_3 \ldots\ldots T_q$; la T_i essendo determinata dai punti base infinitamente vicini $O^{(i-1)} O_i$ e da un punto A_i generico.

Arriveremo a curve φ_q d'ordine

$$N_q = n + q(n-r) - (r_1 + r_2 + \ldots + r_q)$$

passanti

$$R_q = n + (q-1)(n-r) - (r_1 + r_2 + \ldots + r_q)$$

volte per $O^{(q)}$: e al punto $O^{(q)}$ riusciranno infinitamente vicini, in direzioni generiche, q punti di molteplicità $N_i - R_i = n - r$, creati dalla trasformazione, con parabole osculatrici distinte, ed eventualmente altri punti multipli tutti però d'ordine $< \frac{1}{2}(n-r)$.

Applicando quindi il nostro lemma II, troveremo che le φ_q posseggono un punto base P_1 di molteplicità

$$s_1 > \frac{1}{2}(N_q - R_q) = \frac{1}{2}(n-r),$$

che dovrà essere un punto proprio.

(Questo punto rappresenta in generale il primo punto libero che le φ possedevano dopo una serie di punti satelliti [1]) — tutti prossimi ad O — che le successive trasformazioni hanno sciolto).

[1]) Per la definizione di punto libero e punto satellite cfr. ENRIQUES-CHISINI, *Teoria geometrica delle equazioni*, vol. II, L. IV, § 8.

Per conseguenza si potrà ora ridurre l'ordine delle φ_q mediante una trasformazione quadratica T_{q+1}, ove si prenda come punto fondamentale, insieme ad O_q e ad uno dei q punti $(n-r)-pli$ infinitamente vicini ad O_q, sia per esempio O'_1, anche il punto P_1; arriveremo a curve d'ordine

$$N_{q+1} = 2N_q - R_q - (n-r) - s_1 =$$
$$= n + q(n-r) - (r_1 + r_2 + \dots + r_q) - s_1,$$

con un punto $O^{(q+1)}$ multiplo secondo

$$R_{q+1} = n + (q-1)(n-r) - (r_1 + r_2 + \dots r_q) - s_1$$

nel cui intorno si avranno $q-1$ punti $(n-r)-pli$; e tali curve dovranno ancora — per il nostro lemma — possedere un punto P_2 di molteplicità $s_2 > \frac{n-r}{2}$, distinto da $O^{(q+1)}$, e non allineato con alcuno dei punti $(n-r)-pli$; diguisachè si avrà una trasformazione T_{q+2} riducente l'ordine delle nostre curve a

$$N_{q+2} = n + q(n-r) - (r_1 + r_2 + \dots + r_q) - s_1 - s_2.$$

Successivamente si avranno altre $q-2$ trasformazioni dello stesso tipo, che ci condurranno a curve d'ordine

$$N_{2q} = n + q(n-r) - (r_1 + r_2 + \dots r_q) - (s_1 + s_2 + \dots s_q).$$

Ma poichè

$$2r_i > n-r \quad , \quad 2s_i > n-r,$$

sarà

$$q(n-r) < r_1 + r_2 + \dots + r_q + s_1 + s_2 + \dots + s_q,$$

e quindi

$$N_{2q} < n.$$

c. d. d.

Su due problemi, concernenti la determinazione di alcune classi di superficie, considerati da G. Scorza e da F. Palatini.

NOTA DI ALESSANDRO TERRACINI

Nel corso di una ricerca di cui mi sto occupando, ho dovuto prendere in considerazione i seguenti due problemi:

A) *Determinare le superficie (algebriche o no) immerse in* S_r, *con* $r > 6$, *(non coni), tali che lo* S_5 *individuato da due loro piani tangenti generici contenga necessariamente i piani tangenti in* ∞^1 *punti.*

B) *Determinare le superficie (algebriche o no) per le quali la varietà ricoperta dagli* $S_h(h+1)$ — *seganti ha dimensione minore di quella che compete all'analoga varietà relativa a una superficie generica immersa nel medesimo spazio ambiente.*

Questi due problemi sono stati risoluti, il primo dallo SCORZA [1]), il secondo (sotto una forma un po' diversa) da F. PALATINI [2]), nella ipotesi che le superficie da determinare siano *algebriche;* e l'ipotesi della algebricità, se ha importanza secondaria nel lavoro del PALATINI, viene invece sfruttata a fondo dallo SCORZA proprio in una parte essenziale della sua trattazione. Se ciononostante mi sono indotto a ritornare anche sul problema **B**), si è perchè i ragionamenti del PALATINI non mi son parsi tutti soddisfacenti, sia in alcuni punti dove la loro manchevolezza influisce sul risultato a cui egli giunge, nel quale non si trova una classe di superficie (anche algebriche) che risolvono il problema **B**), sia in alcuni altri nei quali il risultato finale non viene alterato. E una inesattezza avremo a rilevare anche nel risultato dello SCORZA.

Durante la risoluzione del problema **B**) mi sono poi imbattuto in questo ulteriore problema:

---

[1]) *Un problema sui sistemi lineari di curve appartenenti a una superficie algebrica*, Rend. del R. Istituto Lombardo, Serie II, vol. XLI, (1908).

[2]) *Sulle superficie algebriche i cui* $S_h(h+1)$ — *seganti non riempiono lo spazio ambiente*, Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XLI, (1906).

C) *Quali sono le superficie* NON ALGEBRICHE *immerse in* S_r, *con* $r > 6$, *tali che le superficie di* S_{r-3} *in cui esse si proiettano dai loro piani tangenti generici siano tutte algebriche?*

E sebbene, allo scopo che io avevo in vista, avrei potuto girare la questione, mi è parso tuttavia che valesse la pena di risolvere anche questo problema.

Avvertiamo infine che, in tutto questo lavoro, daremo alla parola *superficie,* quando non sia detto altrimenti, il significato, consueto nella geometria differenziale, di porzione limitata di superficie soddisfacente a convenienti condizioni. Quanto alle *linee*, intenderemo talvolta che valga una cosa analoga, ma talvolta che si tratti invece di un insieme di linee intese nella prima accezione (in numero finito); se ci occorrerà di mettere in evidenza il primo significato, parleremo di *rami* anzichè di *linee,* mentre lascieremo al contesto, dove manchi la specificazione, di evitare l'equivoco. Quando poi le porzioni di superficie, di cui sopra si è detto, appartengano a superficie algebriche, si intenderà che esse vadano completate colla porzione residua delle superficie algebriche *irriducibili* di cui fanno parte.

§ 1.

Sia F una superficie non sviluppabile [3]) che risolve il problema A); presi due suoi punti generici A e B, coi rispettivi piani tangenti a F, siano α e β, chiamo Σ la linea luogo dei punti di F, tali che i piani in essi tangenti alla superficie stanno nello $S_5\,\alpha\beta$ (esclusi gli eventuali punti isolati che godano della medesima proprietà).

Dimostriamo anzitutto in modo preciso che quella linea Σ passa per A e B. Si osservi che la linea Σ non può essere fissa, giacchè ciò importerebbe il passaggio di tutti gli $S_5\,\alpha\beta$ per uno stesso piano, e si riconosce subito che questo è assurdo (p. es. ricorrendo alla proiezione di F eseguita da un tale piano su uno S_{r-3} generico). Ma non possono neppure le linee Σ essere ∞^1; se no, lo spazio $T(\Sigma)$ cui apparterrebbero i piani tangenti a F nei singoli punti di una generica fra esse starebbe in S_5 con ∞^3 coppie di piani tangenti di F (uno dei quali potrebbe dunque venire a coincidere con un piano tangente arbitrario); d'altra parte lo spazio $T(\Sigma)$ avrebbe dimensione maggiore di *due,* ma minore di *quattro* (se essa fosse

[3]) È ovvio che le superficie sviluppabili (non coni) immerse negli spazi considerati risolvono il problema A).

anche solo uguale a *quattro,* i piani tangenti di F incontrerebbero almeno in rette uno S_4 fisso, e seguirebbe [4]) $r \leq 5$), quindi uguale a *tre.* Allora, essendo ancora A e B punti generici di F, per B passerebbe (almeno) una linea Σ, e il relativo S_3 $T(\Sigma)$ starebbe in uno S_5 contenente α e β; cosicchè allo $S_5 \alpha\beta$ competerebbe una linea Σ passante per B; e siccome ciò deve valere anche scambiando A con B, si giungerebbe all'assurdo che per due punti generici di F passerebbe qualcuna delle ∞^1 linee Σ. Le linee Σ sono dunque almeno ∞^2, anzi proprio ∞^2 (non potendone passare nessuna per tre punti generici di F). Perciò per due punti generici di F ne passa una. Distinguiamo allora i seguenti due casi.

1.° CASO. — Preso un punto generico A su F, le ∞^1 linee Σ che passano per esso coincidano fra loro nell'intorno di questo punto. Allora esiste sulla superficie F un sistema ∞^1 di linee Θ, tale che la linea Σ per due punti generici di F contiene le linee Θ passanti rispettivamente per quei due punti. Di qui segue subito che, detto $T(\Theta)$ lo spazio cui appartengono i piani tangenti alla F nei singoli punti di una linea Θ, due spazi $T(\Theta)$ generici stanno in uno S_5, e quindi, in virtù della motivazione addotta nel capoverso precedente a proposito degli spazi $T(\Sigma)$, gli spazi $T(\Theta)$ sono degli S_3. Perciò due linee Θ consecutive stanno in uno S_3, e quattro linee Θ consecutive stanno in uno spazio di dimensione < 5, anzi precisamente *cinque* perchè se no si dedurrebbe $r < 5$. Finalmente, di qui emerge che tre linee Θ consecutive appartengono a uno S_4, e che gli ∞^1 S_4 così ottenuti costituiscono una sviluppabile ordinaria, eventualmente degenere; siccome poi due S_3 generici di questa sviluppabile devono stare in uno S_5, essa avrà una retta fissa [5]). La superficie F è dunque costituita da ∞^1 linee, eventualmente rette, giacenti in altrettanti piani per una retta fissa [6]).

[4]) Ci serviamo qui della seguente osservazione a cui ricorreremo ripetutamente anche nel seguito; se (in S_r) *una superficie è tale che tutti i suoi piani tangenti incontrino in rette uno* S_p *fisso, la superficie sta in uno* S_{p+1} *per lo* S_p. Essa si deduce p. es. osservando che la proiezione della superficie, eseguita dallo S_p fisso su uno S_{r-p-1} generico, si riduce a un punto.

[5]) Si tenga presente che se (in S_r) una linea è tale che due suoi S_k osculatori generici si seghino in uno S_i, la linea è immersa in uno S_{2k-i} (come si deduce p. es. proiettando la linea da un suo S_k osculatore su uno S_{r-k-1} generico).

[6]) Come osserva lo SCORZA, le superficie rigate che risolvono il problema **A**) si trovano appunto in questo 1.° caso, le linee Θ coincidendo

2.° CASO. — Preso un punto generico A su F, le ∞^1 linee Σ che passano per esso non coincidano fra loro nell'intorno di questo punto, e quindi vi passino con tangente variabile. Dimostriamo anzitutto che $r = 6$: il piano β tangente in un punto generico B di F sta in uno S_5 coi piani α e α' rispettivamente tangenti in A e in un (conveniente) punto A' di F infinitamente vicino ad A, e perciò lo spazio $\alpha\alpha'$, che ha dimensione *quattro* e non minore (poichè, al variare di B, A' è variabile, cosicchè se α e α' stessero in S_3, gli spazi osculatori di F sarebbero S_3 e di conseguenza [7]) F sarebbe sviluppabile) incontra in una retta il piano β. Perciò lo spazio osculatore a F in A non può essere uno S_4, giacchè allora coinciderebbe con $\alpha\alpha'$ e sarebbe incontrato in una retta da ogni piano β, cosicchè — v. la nota [4]) — sarebbe $r = 5$; sarà dunque uno S_5 incontrato in una retta da ogni piano β, donde (per lo stesso motivo) segue $r = 6$.

Consideriamo ora, collo SCORZA, la proiezione di F su uno S_3 generico eseguita dal piano α tangente a F in A; essa è una superficie F' [8]), da contarsi una o più volte, tale che i piani tangenti a F' nei singoli punti di una linea proiezione di una linea Σ passante per A coincidono fra loro, dunque una sviluppabile. E le generatrici di questa sviluppabile sono già proiezioni dei rami di linee Σ passanti per A (i quali non possono giacere in α, nè essere proiettati in punti di F'). Perciò ognuno di quei rami, stando in S_4 con ciascuno dei piani tangenti a F nei suoi punti generici (i quali S_4 non possono coincidere fra loro) sta in S_3 (non in uno spazio meno ampio).

Senza neppure fermarci a escludere che una linea Σ generica possa avere delle parti piane, chiamiamo Σ_0 le linee sghembe (rami) che ne fan parte, e $U(\Sigma_0)$ gli S_3 cui esse appartengono. Le linee

colle generatrici; cosicchè dalla discussione fatta si trae che le superficie rigate (non sviluppabili) che risolvono il problema **A**) sono le rigate con direttrice rettilinea, immerse almeno in S_6. Accanto a questa, lo SCORZA trova due altre classi di superficie rigate, che dovrebbero invece essere escluse.

[7]) Cfr. p. es. E. E. LEVI: *Saggio sulla teoria delle superficie a due dimensioni immerse in un iperspazio,* Annali della R. Scuola Normale superiore di Pisa, vol. 10, (1908), v. il n.° 47.

[8]) Si tenga presente che, se F è una superficie immersa in S_r, con $r \geq 6$, e tutte le sue proiezioni su S_{r-3} eseguite da piani tangenti generici sono linee, F è un cono.

Σ_0 sono dunque ∞^2, e due spazi $U(\Sigma_0)$ infinitamente vicini stanno in uno S_5 (e non in uno spazio meno ampio), sia $T(\Sigma_0)$, contenente i piani tangenti a F nei singoli punti di Σ_0.

Alle superficie contenenti ∞^2 curve sghembe di S_3 è dedicata una recente Nota del Prof. SEGRE [9]), dalla quale (n.° 6) risulta che, in S_6, una tal superficie sta su un cono V_3^4 di Veronese (cono proiettante da un punto una superficie di Veronese), oppure è fra le superficie (necessariamente algebriche) che egli chiama *delle specie isolate,* le quali non si trovano però tutte determinate nel suo lavoro (cfr. a questo proposito l'*Osservazione* che sarà fatta più avanti). Il primo tipo di superficie soddisfa, come è ben chiaro, al problema **A**), cosicchè potremo limitarci a ricercare se vi sono soluzioni del secondo tipo (e concluderemo negativamente) [10]).

Vediamo anzitutto di escludere che due generici fra gli S_3 $U(\Sigma_0)$ stiano in uno S_5 (essendo chiaro che non possono stare in uno spazio meno ampio). Supponiamo che così avvenga: allora la retta loro intersezione non può essere fissa, come si vede p. es. ricorrendo alla proiezione della F eseguita da quella retta su uno S_4 generico. Ciò posto, affinchè non risulti che tutti gli spazi $U(\Sigma_0)$ stiano nello S_5 determinato da due generici fra essi, occorre che le rette di intersezione di un $U(\Sigma_0)$ fisso con tutti gli altri siano a due a due incidenti; il che importa che esse passino per uno stesso punto O, oppure stiano in un piano ω. Nella prima ipotesi la F si proietta dal punto O su uno S_5 generico secondo una superficie F' dotata di ∞^2 curve piane (tali che le ∞^1 per un punto generico di F' hanno ivi rette tangenti distinte), cioè secondo una superficie di Veronese, e si ricade sul caso già considerato e attualmente escluso. Nella seconda ipotesi le intersezioni di un $U(\Sigma_0)$ cogli infinitamente vicini (le quali sono rette) starebbero nel piano ω al quale verrebbe pertanto ad appartenere la curva Σ_0, ciò che è assurdo (si tenga presente che per un punto generico di una curva Σ_0 passa un'altra curva Σ_0 infinitamente vicina a quella).

---

[9]) *Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali*, Nota I, Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. LVI, (1921). I risultati di questa Nota di cui dovremo valerci sono contenuti nei nn.i 6, 7.

[10]) Trattandosi ormai di superficie algebriche, potremmo, a partire di qui, approfittare della dimostrazione dello SCORZA; preferiamo però ritrovare il suo risultato per altra via, anche perchè di una parte della dimostrazione che segue avremo ancora occasione di servirci.

Gli S_5 $T(\Sigma_0)$ sono evidentemente ∞^2 e non meno: trasformando per dualità la figura costituita da essi e dagli spazi $U(\Sigma_0)$, si ottengono ∞^2 piani, ciascuno dei quali è incontrato dai piani generici della ∞^2 infinitamente vicini in uno stesso punto, mentre i punti così ottenuti costituiscono una superficie; in virtù di una proposizione nota [11]) possiamo allora affermare che quegli ∞^2 piani sono i piani tangenti di questa superficie. Quindi, ritornando agli spazi $U(\Sigma_0)$, risulta che essi sono gli *spazi (primi) caratteristici* [12]) dei corrispondenti $T(\Sigma_0)$ entrò la ∞^2 da questi costituita. Le rette d'intersezione di un $U(\Sigma_0)$ cogli infinitamente vicini contengono allora tutte quante lo spazio *secondo caratteristico* del corrispondente $T(\Sigma_0)$, spazio che non potrà essere se non un punto; perciò [13]) queste rette costituiscono un cono quadrico non degenere $K(\Sigma_0)$ contenente la linea Σ_0. Attualmente, non potendo due linee Σ_0 generiche incontrarsi in più di un punto, esse sono [14]) cubiche, oppure quartiche di seconda specie. E nel secondo caso, in virtù di quanto siamo venuti esponendo, ciascuna di esse avrebbe un punto doppio (nel vertice del cono $K(\Sigma_0)$). D'altra parte non può questo vertice essere fisso, se non si vuol ricadere sul caso già considerato, cosicchè una quartica Σ_0 sarebbe incontrata da ciascuna delle infinitamente vicine in due punti almeno (coincidenti nel suo punto doppio); ma allora anche due linee Σ_0 generiche si incontrerebbero in due punti, ciò che è escluso. Finalmente, se le linee Σ_0 sono cubiche, siccome due di esse si segano in un punto, si può senz'altro concludere che F è una superficie razionale rappresentabile su un piano π in modo che le sue sezioni iperpiane hanno per immagine le cubiche di un sistema ∞^6, sia Ω, mentre le rette del piano π rappresentano le C^3 sghembe di F. Ma allora F non è delle specie isolate: invero, per la proprietà supposta, una retta generica di π contata due volte dovrà far parte di una cubica di Ω. Si consideri allora il sistema lineare ∞^2 di curve inviluppo di terza classe apolare di Ω: in esso dovrà esistere una curva dotata di una retta bitangente in posizione arbitrariamente prefissata, e perciò esso (corrisponde per dualità a

---

[11]) Cfr. SEGRE: *Preliminari di una teoria delle varietà luoghi di spazi* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XXX, (1910), v. il n.° 26.

[12]) Cfr. per questa locuzione SEGRE, op. cit. [11]), n.° 16.

[13]) Cfr., per l'ente duale, p. es. SEGRE: *Su una classe di superficie degl'iperspazi legate colle equazioni lineari alle derivate parziali di 2.° ordine*, Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XLII, (1907), v. il n.° 4

[14]) Cfr. SEGRE, op. cit. [9]), v. il n.° 7.

una rete con jacobiana indeterminata cioè) è contenuto nel sistema lineare ∞^3 costituito dalle terne di punti di una retta fissa: Ω contiene dunque un sistema lineare ∞^5 costituito da una retta fissa e dalle singole coniche di π, cosicchè una conveniente proiezione della F su S_5 è ancora una superficie di Veronese.

E poichè le varie superficie sopra trovate soddisfanno effettivamente al problema **A**), concludiamo che:

Le superficie che risolvono il problema **A**) *sono: le sviluppabili (non coni) e i luoghi di ∞^1 linee (eventualmente rette) in altrettanti piani per una retta fissa (lo spazio di immersione essendo, in entrambi i casi almeno uno S_6); e infine le superficie (di S_6, non coni) situate su un cono V_3^4 di Veronese.*

Osservazione. — Per quanto si tratti di cosa estranea all'attuale ricerca, vogliamo dedurre dal precedente risultato che *le superficie di S_r, con $r \geq 6$, dotate di ∞^2 curve sghembe (rami) di S_3 sono le superficie (di S_6, non coni) situate su un cono V_3^4 di Veronese, e le superficie di S_r, con $6 < r < 9$, algebriche razionali rappresentabili su un piano mediante sistemi lineari di cubiche* [15]).

Chiamiamo, come prima, Σ_0 una delle ∞^2 curve di S_3 tracciate su una superficie F, e $U(\Sigma_0)$ il corrispondente S_3; e riduciamoci con una eventuale proiezione a una superficie F' immersa in S_6. Introdotte coordinate proiettive non omogenee $x_1, x_2, \ldots, x_6$, rappresentiamo gli S_3 contenenti curve della superficie F' con equazioni $x_4 = a$, $x_5 = b$, $x_6 = c$, dove i secondi membri sono lineari in x_1, x_2, x_3 con coefficienti funzioni di due parametri essenziali τ_1, τ_2. Posto $a^{(1)} = \frac{\partial a}{\partial \tau_1}$, ecc., il luogo delle intersezioni di uno di quegli S_3, sia $U'(\Sigma'_0)$, cogli infinitamente vicini, luogo di cui fa parte la linea Σ'_0, ha per equazioni, in $U'(\Sigma'_0)$,

$$(1) \qquad \begin{Vmatrix} a^{(1)} & b^{(1)} & c^{(1)} \\ a^{(2)} & b^{(2)} & c^{(2)} \end{Vmatrix} = 0,$$

ed è perciò una cubica sghemba, a meno che la (1) non sia soddisfatta in $U'(\Sigma'_0)$ da tutti i punti di una superficie (non potendo

---

[15]) Questo teorema mi fu comunicato dal Prof. SEGRE in una lettera del 3-10-1921, con una dimostrazione fondata sul medesimo concetto di quella che segue, ma meno semplice.

esserlo addirittura in tutti i punti di $U'(\Sigma'_0)$). Ma in questo caso tale superficie, non potendo essere un piano, giacchè nè di questo, nè della linea residua rappresentata da (1) non potrebbe far parte Σ'_0, è una quadrica, e $U'(\Sigma'_0)$ è incontrato almeno in una retta (variabile) da ciascuno degli analoghi S_3 infinitamente vicini. Allora, la linea Σ'_0, e un'altra linea analoga ad essa infinitamente vicina, e perciò anche i piani tangenti a F' nei singoli punti della linea Σ'_0 stanno in uno S_5 (ma non in uno spazio meno ampio), cosicchè F' (per la dimostrazione del teorema precedente, 2.° caso) sta su un cono V_3^4 di Veronese. In questa ipotesi la superficie F sta essa stessa (in S_6) su un cono V_3^4 di Veronese (in quanto devono già stare in uno S_5 i piani ad essa tangenti nei singoli punti di una linea Σ_0). Se invece la (1) rappresenta, in $U'(\Sigma'_0)$, una cubica sghemba, anche le linee Σ_0 della F sono cubiche sghembe che possiamo ritenere a due a due incidenti in un solo punto [16]), ancora in virtù della dimostrazione del teorema precedente. E di qui segue senz'altro l'enunciato.

§ 2.

Per risolvere il problema **B**), nel quale supporremo senz'altro $h > 1$, partiamo dall'osservazione [17]) che la dimensione d della varietà M ricoperta dagli $S_h(h+1)$ — seganti di una superficie F è uguale alla dimensione del (minimo) spazio cui appartengono $h+1$ piani tangenti generici di F. E supponiamo anzitutto che, mentre $d < 3h+2$, siano invece linearmente indipendenti, e perciò appartenenti a uno S_{3h+1}, h piani tangenti generici di F; allora è certo (in base alla nota [4])) $d = 3h+1$, e la dimensione r dello spazio ambiente $\geq 3h+2$.

Presi su F $h+1$ punti generici $A_1, A_2, \ldots, A_{h+1}$, indico con α_1 il piano tangente a F in A_1, ecc.; e proietto la superficie dallo S_{3h-4} $\rho \equiv \alpha_1\, \alpha_2 \ldots \alpha_{h-1}$ su uno S_{r-3h+3} generico: la proiezione è una superficie (se no h piani tangenti generici di F non sarebbero linearmente indipendenti), sia F', *da contarsi forse più volte*. I piani tangenti a F' nei punti A'_h e A'_{h+1}, rispettivamente proiezioni di

[16]) Ciò è d'accordo col n.° 11 della Nota del Prof. SEGRE citata in [9]).

[17]) Cfr. la mia Nota: *Sulle* V_k *per cui la varietà degli* $S_h(h+1)$ — *seganti ha dimensione minore dell'ordinario*, Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XXXI, (1911).

A_h e di A_{h+1}, stanno nello S_4 traccia dello $S_{3h+1}\ \alpha_1 \ldots \alpha_h\ \alpha_{h+1}$ (ma non in uno spazio meno ampio) e perciò F' è un cono, oppure una superficie di Veronese, (e allora è $r = 3h + 2$). Trattiamo separatamente i due casi.

1.° CASO [18]). — Dalla considerazione di F' risulta l'esistenza su F di un sistema ∞^1 di linee, siano le linee Θ, ciascuna delle quali sta in uno S_{3h-2} per uno S_{3h-3} $W(A_1, A_2, \ldots, A_{h-1})$ dipendente unicamente dai punti $A_1, A_2, \ldots, A_{h-1}$, e passante a sua volta per lo $S_{3h-4}\ \alpha_1\ \alpha_2 \ldots \alpha_{h-1}$. Dico anzitutto che il sistema ∞^1 delle linee Θ è indipendente da questi $h-1$ punti; se infatti A_{h-1} è un punto di F infinitamente vicino ad A_{h-1}, i due $S_{3h-4}\ \alpha_1\ \alpha_2 \ldots \alpha_{h-1}$ e $\alpha_1\ \alpha_2 \ldots \alpha_{h-2}\ \overline{\alpha}_{h-1}$ stanno nello spazio individuato da $\alpha_1, \ldots, \alpha_{h-2}$ e dallo spazio (di dimensione ≤ 4) $\alpha_{h-1}\overline{\alpha}_{h-1}$ cioè in uno spazio che ha al massimo dimensione $3h-2$. Di conseguenza i due spazi $W(A_1, A_2, \ldots, A_{h-1})$ e $W(A_1, A_2, \ldots, A_{h-2}, \overline{A}_{h-1})$ appartengono a uno spazio λ di dimensione $\leq 3h$. Perciò, se colla sostituzione di $\overline{A}_{h-1}$ ad A_{h-1} la linea Θ passante per un punto generico P della F fosse mutata, il piano tangente in P alla F avrebbe in comune con λ una retta almeno; donde, in base alla nota [4]), seguirebbe subito un assurdo. E poichè una cosa analoga vale ovviamente anche per analoghi spostamenti infinitesimi di $A_1, A_2, \ldots, A_{h-2}$, segue l'asserto. Risulta inoltre dal ragionamento fatto che il punto di intersezione della retta tangente in P alla linea Θ che vi passa collo S_{3h-3} $W(A_1, A_2, \ldots, A_{h-1})$ dipende unicamente dal punto P (giacchè altrimenti quella tangente, e perciò tutta F, giacerebbero nello spazio λ). Quindi tutti gli spazi $W(A_1, A_2, \ldots, A_{h-1})$ hanno in comune un medesimo spazio S_p incontrato in punti dai singoli piani tangenti di F, e questa superficie risulta luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_{p+1} per quello S_p. Dico che $p = h-1$. Infatti, chiamando δ_i $(0 < i < h)$ la dimensione dello spazio determinato da quello S_p con i piani tangenti generici di F, si ha ovviamente la relazione $\delta_{i+1} \leq \delta_i + 2$, a cui si può sostituire la

$$\delta_{i+1} = \delta_i + 2, \tag{2}$$

se non si vuole essere condotti, in base alla nota [4]), a un valore di r minore del supposto. Sommando le (2) scritte per $i = 0, 1, \ldots, h-2$, risulta

$$\delta_{h-1} = \delta_0 + 2h - 2. \tag{3}$$

[18]) Al PALATINI (che intraprende la trattazione in altro modo) sono sfuggite le superficie corrispondenti a questo 1.° caso.

Ora $\delta_{h-1} = 3h - 3$: infatti lo S_p considerato sta collo S_{3h-4} $\alpha_1 \dots \alpha_{h-1}$ nello S_{3h-3} $W(A_1, \dots, A_{h-1})$, senza però appartenere a quello S_{3h-4}, perchè, se no, essendo esso incontrato da ogni ulteriore piano tangente di F, seguirebbe che h piani tangenti generici di F non sarebbero linearmente indipendenti. La (3) porge allora $\delta_o = h - 1$. Viceversa, (in S_r, con $r \geq 3h + 2$) una superficie F che sia luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_h per un S_{h-1} fisso soddisfa alle condizioni richieste, colla restrizione che le linee non stiano in $S_{h'}$ per uno $S_{h'-1}$ fisso *contenuto* nello S_{h-1}. La restrizione è necessaria per evitare che h piani tangenti generici di F siano linearmente dipendenti, ed è anche sufficiente, perchè, in base a essa, gli h piani tangenti generici di F $\alpha_1, \dots, \alpha_h$ determinano uno spazio che contiene lo S_{h-1} fisso, e perciò di dimensione $\delta_h = \delta_o + 2h = 3h - 1$.

2.° Caso. — Le superficie F' sono superficie di Veronese, semplici o multiple; perciò le superficie F sono algebriche, come risulta da un'applicazione ripetuta del risultato stabilito nel § 3. Alla loro determinazione si può giungere partendo dalle considerazioni che seguono, nelle quali avvertiamo sin d'ora che non abbiamo potuto esimerci dall'entrare in particolari alquanto minuziosi.

Da quanto si è detto nel secondo capoverso di questo §, e precisamente dalla considerazione della conica di F' passante per A'_h, A'_{h+1}, conica lungo la quale F' ammette uno S_4 tangente, risulta che esiste una linea di F passante per gli $h+1$ punti generici $A_1, \dots, A_{h+1}$, tale che i piani tangenti a F nei suoi singoli punti stanno nello S_{3h+1} $\alpha_1 \dots \alpha_{h+1}$; chiameremo Γ una tal linea, intendendo, in modo preciso, che essa sia il luogo dei punti di F cui compete quest'ultima proprietà (in quanto non siano punti isolati), e indicheremo anche con $\Gamma(A_1, \dots, A_{h+1})$ la linea Γ definita dai punti scritti fra parentesi. Stabiliamo allora successivamente quanto segue.

1) La linea $\Gamma(A_1, \dots, A_{h+1})$ non può avere alcun ramo situato in uno S_{3h-3} passante per $\rho \equiv \alpha_1 \dots \alpha_{h-1}$ [19]). Infatti un tal ramo risulterebbe indipendente dai punti A_h, A_{h+1} (se no, F avrebbe una parte superficiale proiettata in una linea); ma allora il punto di F' cui si ridurrebbe la proiezione di quel ramo starebbe in tutti gli S_4 congiungenti piani tangenti di F', ciò che ovviamente è assurdo.

---

[19]) Intendiamo dire che sia uno S_{3h-3} il minimo spazio congiungente quel ramo con ρ; il caso che quel ramo giaccia addirittura in ρ (che non ci interessa) si potrebbe anche escludere, ma altrimenti.

2) Ogni linea Γ generica *appartiene* a uno S_{2h} G. Invero, dalla già considerata proiezione di F in F', risulta che, chiamando G lo spazio di $\Gamma(A_1, \dots, A_{h+1})$, gli spazi congiungenti G con $\alpha_1 \dots \alpha_h$ e con $\alpha_1 \dots \alpha_{h-1}$ sono rispettivamente uno S_{3h} e uno S_{3h-1}. Perciò lo spazio $\alpha_1 \dots \alpha_{h-2}\, G$, appartenendo all'ultimo spazio nominato e all'analogo S_{3h-1} $\alpha_1 \dots \alpha_{h-2}\, \alpha_h\, G$, che *stanno* in uno S_{3h}, ha dimensione $< 3h-2$, e in conseguenza proprio $= 3h-2$ (se no, risulterebbe che lo spazio $\alpha_1 \dots \alpha_{h+1}$ avrebbe dimensione $< 3h+1$). Continuando con questo procedimento di riduzione si conclude appunto che G è uno S_{2h}.

3) Se F' è proiezione n^{pla} di F, e le coniche di F' sono proiezioni m^{ple} delle linee Γ passanti per $A_1, \dots, A_{h-1}$, si ha $m = n$ (risulterà poi dal seguito che $n = 1$). Supponiamo infatti che sia $m < n$: allora un punto P' generico della conica di F' in cui si proietta $\Gamma(A_1, \dots, A_{h+1})$ è proiezione di n punti di F, siano $P \equiv P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(m)}, P^{(m+1)}, \dots, P^{(n)}$, dei quali si può supporre che solamente i primi m appartengano a Γ. Ora il piano tangente a F p. es. in $P^{(m+1)}$ sta nello S_{3h-1} che è tangente al cono $V_{3h-1}\, n$ — proiettante da ρ la F lungo lo $S_{3h-3}\, \rho P$, e perciò giace nello S_{3h+1} tangente a F lungo Γ; donde (siccome una cosa analoga vale per i punti della linea descritta da $P^{(m+1)}$ al variare di P) segue che $P^{(m+1)}$ sta su $\Gamma(A_1, \dots, A_{h+1})$, contro l'ipotesi. Il ragionamento cessa di valere solamente se in $P^{(m+1)}$ la F non ammette piano tangente; ma disponendo opportunamente di A_h, A_{h+1}, si può supporre che P sia un punto generico della F, cosicchè lo $S_{3h-3}\, \rho P$ non proietta, in generale, punti singolari di F.

4) Due linee Γ generiche hanno in comune almeno h punti linearmente indipendenti (fra poco troveremo un risultato più preciso), come si può stabilire col seguente ragionamento (che si trova già, ma incompleto, nel lavoro del PALATINI). Per gli h punti $A_1, \dots, A_h$ generici su F, passano ∞^1 linee Γ, cosicchè esistono ∞^2 coppie di linee Γ aventi in comune quegli h punti. Al variare di $A_1, \dots, A_h$, si ottengono ∞^{2h+2} coppie di linee Γ, cioè tutte le coppie di linee Γ, salvo l'eventualità che due linee Γ generiche per $A_1, \dots, A_h$ abbiano necessariamente ∞^1 punti in comune. Ma in tal caso, le linee Γ per $A_1, \dots, A_h$ avrebbero una parte comune, che, riprendendo la proiezione di F in F', dovrebbe avere almeno un ramo con proiezione ridotta a un punto, oppure dovrebbe giacere per intero in ρ. Ora la prima alternativa si esclude, p. es. in base a 1); quanto alla seconda, da essa seguirebbe l'esistenza di una intersezione comune a tutti gli S_{2h-4} congiungenti $h-1$ qualunque fra gli h piani $\alpha_1, \dots, \alpha_h$, ciò che è assurdo.

5) Due S_{2h} G generici (i quali, come risulta da 4), hanno in comune uno S_{h-1} h — segante di F) stanno in uno S_{3h+1}, ma non in uno spazio meno ampio. L'ultima affermazione si giustifica col fatto che lo spazio congiungente gli S_{2h} G di due linee Γ passanti per $A_1, \ldots, A_{h-1}$ ha per traccia, sullo S_5 di F', uno S_4.

6) Due Γ generiche s'incontrano proprio in h punti e non più, perchè ogni loro ulteriore intersezione, in base a 5), dovrebbe appartenere allo S_{h-1} degli h punti che esse hanno già in comune secondo 4). Ma questo S_{h-1} (cfr. la dimostrazione di 4)) si può ritenere uno S_{h-1} h — segante generico di F e quindi non avente ulteriori punti in comune con F.

7) Lo S_{3h+1} di due S_{2h} G generici non ha in comune colla F altre linee se non le due linee Γ situate rispettivamente in quei due S_{2h}. Supponiamo che sia Λ una ulteriore linea contenuta in quello S_{3h+1}, e inoltre, ciò che non importa alcuna restrizione, che quei due S_{2h} abbiano in comune i punti $A_1, \ldots, A_h$. È chiaro, in base a 3), che Λ non può avere nessun ramo proiettantesi da ρ in una linea di F'. E non può nemmeno esistere un ramo Λ_0 di Λ proiettantesi in un punto di F', perchè esso resterebbe fisso al variare del punto A_h e della coppia di curve Γ passanti per $A_1, \ldots, A_h$, cosicchè dovrebbero gli S_4 congiungenti piani di coniche di F' passare per un punto, ciò che è assurdo. Resta solo l'ipotesi che Λ giaccia per intero in ρ, ma essa è già esclusa dalla fine di 4).

Quanto si è dimostrato sin qui permette allora [20]) di terminare la ricerca secondo il n.° 3 della Nota del PALATINI, alla quale rimandiamo senz'altro (le superficie che si ottengono sono quelle indicate nell'ultimo capoverso del prossimo enunciato).

In base ai risultati così ottenuti, si può poi subito completare l'indagine togliendo l'ipotesi che avevamo fatta in principio di questo §, che h piani tangenti generici di F fossero linearmente indipendenti, e si giunge alla seguente conclusione:

Le superficie che risolvono il problema **B**) *sono:*

le superficie luoghi di ∞^1 *linee situate in altrettanti* S_p *per uno* S_{p-1} *fisso* [21]), *con* $p \leq h$, *immerse in* S_r, *con* $r \geq 2h + p + 2$ (*per esse la varietà* M *degli* S_h $(h+1)$ — *seganti ha dimensione* $2h + p + 1$);

---

[20]) P. es. mi pare che il PALATINI ammetta implicitamente, senza dimostrarlo, quanto abbiamo stabilito in 7) e che la sua dimostrazione di 5) sia, per varie ragioni, insufficiente.

[21]) Intendiamo con ciò che resti escluso il caso che quelle linee giacciano in S_p' per uno S_{p-1}' fisso *contenuto* in quello S_{p-1}.

e le superficie algebriche razionali di S_{3h+2} *rappresentabili su un piano mediante il sistema lineare delle curve d'ordine* $2h$ *aventi in comune un punto* $2(h-1)^{plo}$ *ed* $h-1$ *punti doppi, o anche, per* $h=4$, *mediante il sistema lineare di tutte le quartiche. Per tutte queste superficie la* M *ha dimensione* $3h+1$.

§ 3.

Prendendo ora in esame il problema C), è chiaro che una superficie F (in S_r con $r \geq 6$) non può certo presentare la particolarità in esso considerata, se non quando i coni V_5 — cfr. la nota [8]) — ottenuti proiettando la F dai suoi singoli piani tangenti abbiano in comune una varietà V_m passante per F, con $m > 2$. Ciò avviene, come subito si verifica, se F sta su un cono V_3^4 di Veronese, oppure su una ∞^1 di piani per una retta fissa: proveremo che non può avvenire per nessun'altra superficie.

Dimostriamo anzitutto che è necessariamente $m = 3$. Invero, se A e P sono punti generici rispettivamente di F e della supposta V_m, lo S_m tangente a V_m in P sta nello S_5 quivi tangente al cono V_5 che proietta la F dal piano α ad essa tangente in A; e poichè questo S_5 contiene ovviamente il piano α, se fosse $m > 3$, quello S_m incontrerebbe in una retta almeno i piani tangenti generici di F, e (v. la nota [4])) sarebbe $r < 6$.

Risulta inoltre dal ragionamento fatto che ogni S_3 tangente generico della V_3 incontra in un punto i piani tangenti della F. Allora le rette tangenti a F incidenti a uno fra quegli S_3, sia σ, inviluppano su F un sistema ∞^1 di linee, siano le linee Σ, ciascuna delle quali sta in uno S_4 con σ, cosicchè i piani tangenti a F nei singoli punti di una linea Σ stanno in uno S_5 per σ. Orbene, se al variare di σ, il sistema ∞^1 delle linee Σ varia, per un punto generico della F passano ∞^1 (almeno, e non più) linee lungo ciascuna delle quali la F è toccata da uno S_5 (non da uno spazio meno ampio): il risultato stabilito nel § 1 permette di conchiudere che, in tal caso, la F sta su un cono V_3^4 di Veronese. Se invece ciò non avviene, ogni S_3 σ generico incontra ogni retta, sia t, tangente a una linea Σ; dimodochè la V_3 è ricoperta da un sistema ∞^2 di linee, siano le linee $\Phi(t)$, ciascuna delle quali sta in un piano per t. In conseguenza, gli S_3 tangenti alla V_3 nei singoli punti di una linea $\Phi(t)$ coincidono fra loro, oppure stanno in uno S_4. Ma in entrambi i casi il sistema ∞^2 delle $\Phi(t)$ dipende effettivamente da t, perchè

se no risulterebbe che tutti i piani tangenti a F incontrerebbero le infinite rette tangenti alle linee Φ, e ciò non può avvenire. Perciò, nel primo caso, ogni punto generico della V_3 ha, su questa varietà, ∞^1 punti infinitamente vicini collo stesso S_3 tangente, cioè la V_3 è una ∞^1 di piani sviluppabile ordinaria eventualmente degenere, anzi, dovendo i suoi S_3 incontrare dei piani fissi non passanti per un punto, essa ha una retta fissa, e si trova una soluzione già indicata. L'ulteriore ipotesi, che resterebbe a trattare, in realtà non si può invece presentare. Invero, in essa, un piano tangente generico di F non può incontrare in punti distinti gli S_3 tangenti alla V_3 nei singoli punti di una linea Φ, non potendo avere una retta in comune col loro S_4; perciò quegli S_3 passano per uno stesso S_i incontrato da ogni piano tangente alla F. E nella ipotesi attuale non può essere se non $i = 2$. Ma allora esistono almeno ∞^1 piani incontrati dai piani tangenti di F, e, analogamente a ciò che abbiamo visto al principio di questo capoverso per gli S_3 σ, ognuno di essi, sia π, definisce su F un sistema ∞^1 di linee Π, tale che i piani tangenti a F nei singoli punti di una di queste stanno in una S_4 per π. Ma attualmente il sistema ∞^1 di linee Π dovrebbe mutare con π (perchè altrimenti la tangente in ogni punto A di F alla linea Π passante per esso giacerebbe nello spazio determinato da due piani π generici, cosicchè si avrebbe $r < 6$, oppure incontrerebbe tutti quei piani in uno stesso punto, e ciò ora non può avvenire); e allora la F sarebbe una superficie di Veronese, e si avrebbe $r = 5$.

Da quanto precede emerge subito la conclusione:

le superficie che risolvono il problema C) *sono le superficie* (*di* S_r, *con* $r \geq 6$) NON ALGEBRICHE *luoghi di* ∞^1 *linee in altrettanti piani per una retta fissa costituenti una* ∞^1 *algebrica; e le superficie* (*di* S_5, *non coni*) NON ALGEBRICHE *situate su un cono* V_3^1 *di Veronese.*

Presentata alla Società il 14 novembre 1921.

C. MINOZZI

RES MUTINENSES

Dermaptera.

Generalmente questo ordine d'insetti è poco raccolto e poco studiato in Italia, affatto poi nel Modenese di cui solo un'unica e volgarissima specie, la *Forficula auricularia* Lin. si trova citata nel breve elenco degli Ortotteri del Modenese compilato dal benemerito e compianto Dr. LUIGI PICAGLIA 38 anni fa e cioè nel 1883 [1]).

I Dermatteri sono insetti scarsamente rappresentati in Italia e in generale nella regione Paleartica. Quelli che io ho raccolto in varî anni di ricerche entomologiche effettuate in tutto il territorio Modenese sono sinora nove specie e una subspecie appartenenti a sei diversi generi, dei sette che si rinvengono con sicurezza in Europa, mancando solo il genere *Chelidura* Serv. (le cui specie generalmente abitano nell'alta montagna) rappresentato bensì in Italia da tre specie, ma da nessuna nel Modenese.

Ho creduto bene di premettere all'elenco ragionato una tavola analitica che chiaramente permetta la classificazione delle specie Modenese e in fine un quadro dei Dermatteri d'Europa comparati con quelli d'Italia e della Provincia di Modena.

Naturalmente l'elenco che io presento non ha la pretesa di essere completo e anzi sono persuasissimo che altre ricerche potranno aggiungervi qualche altra specie, specialmente nel genere *Forficula* Lin, ma comunque ho creduto bene di pubblicare lo stesso questa nota se non altro per essere di incitamento ai Colleghi Modenesi che s'occupano di Entomologia a raccogliere questi insetti, o di altri ordini, e contribuire così a questi *Res Mutinenses* che io (spero col consenso della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena) inizio.

[1]) Vedi in fine del lavoro la bibliografia.

Tavola analitica dei Dermatteri nel Modenese.

1. Elitre rudimentali o nulle 2
— Elitre sviluppate 3
2. Elitre rudimentali; antenne totalmente scure e di diciotto articoli; femori e tibie di colore bruno.
Lunghezza totale del ♂ mm. 13-14; della ♀ mm. 15,5-16.
Anisolabis moesta Serv.
— Elitre nulle; antenne di 16 articoli di cui da uno a tre dopo il 9.° articolo, sono bianchicci; femori e tibie totalmente giallo-pallidi, oppure con qualche macchia annulliforme scura.
Lunghezza totale del ♂ mm. 13-16; della ♀ mm. 15-17,5.
Anisolabis annullipes H. Luc.
3. Secondo articolo dei tarsi semplice e cilindrico . . 4
— Secondo articolo dei tarsi lobato e cordiforme . . . 5
4. Pidigio del maschio sporgente fra la base delle pinzette e quindi ben visibile nell'insetto anche prono; antenne di 12 articoli.
Lunghezza totale del ♂ mm. 6-8; della ♀ mm. 6-7.
Labia minor Lin.
— Pidigio del maschio non sporgente fra la base delle pinzette: antenne di 24-30 articoli.
— — Colorazione giallo chiaro; pronoto ed elitre con due striscie longitudinali brune.
Lunghezza totale del ♂ mm. 19-35; della ♀ mm. 15-28,5.
Labidura riparia riparia Pall.
— — — Colorazione rosso-bruna o nera; pronoto ed elitre completamente nere salvo il primo che ha i margini laterali testaceî.
Lunghezza totale del ♂ mm. 18-32; della ♀ mm. 15-26.
Labidura riparia pallipes Pall.
5. Pinzette del maschio colla base dilatata i cui margini interni si toccano 6
— Pinzette del maschio senza dilatazione alla base e con un certo spazio fra i margini interni 7
6. Ali sviluppate.
Lunghezza totale del ♂ mm. 13,5-24; della ♀ mm. 12-20.
Forficula auricularia Lin.
— Ali atrofizzate o nulle.

— — Specie di media statura; antenne di 13 articoli.
Lunghezza totale del ♂ mm. 14-20; della ♀ mm. 14-16.
Forficula decipiens Genè.

— — — Statura più piccola; antenne di 12 articoli.
Lunghezza totale del ♂ mm. 10-14; della ♀ mm. 9-10.
Forficula pubexeus Serv.

7. Ali mancanti; profilo delle pinzette del maschio angoloso.
Lunghezza totale del ♂ mm. 14-20; della ♀ mm. 14-16.
Anechura Orsini Genè.

— Ali atrofizzate; profilo delle pinzette del maschio subparallelo.
Lunghezza totale del ♂ mm. 9-14; della ♀ mm. 10-11.
Apterygida media Hagenb.

Gen. **Labidura** Leach.

L. riparia Pall. — Frequente nei greti dei torrenti e fiumi di tutta la bassa e media provincia del Modenese. In tali luoghi si notano i caratteristici fori di 5-8 millimetri di diametro che questa forficula pratica per nascondervisi durante il giorno, essi sono circondati da un cercine formato dal materiale che scava nel fare il foro Pure frequentemente la si trova nei letamai vecchi e in generale non è difficile rinvenirla nei terreni molto sabbiosi. Ha abitudini prevalentemente notturne e qualche volta mi è occorso di catturarla attorno ai lumi.

Distribuzione geografica generale: Europa, Asia, Africa, e America.

L. riparia subsp. *pallipes* F. — È meno comune della specie tipica. Io l'ho raccolta a Spilamberto, a Casinalbo e Sassuolo, il sig. Luppi nei dintorni immediati di Modena e pure in città. A differenza della specie precedente questa, la si raccoglie anche nei terreni duri e compatti e, nota caratteristica, è più frequente specialmente nei luoghi abitati.

Distribuzione geografica generale: Europa del sud, Siberia, Africa, Madera, Isole Antille e America del Sud.

Gen. **Anisolabis** Fieb.

A. moesta Serv. — Comune ovunque in tutta la provincia. Io la posseggo di Modena, S. Possidonio, Zocca, Pavullo e Fanano. Vive specialmente sotto a sostanze vegetali in decomposizione.

Distribuzione geografica generale: Europa del sud, ed Africa del nord; fu trovata anche a Massaua (Eritrea).

A. annullipes. H. Luc. — Per la provincia di Modena è molto meno comune che non la specie precedente è reperibile solo, almeno da quanto risulta dalle mie ricerche, nella zona collinosa e piana. L'ho di Castelvetro, monte Gibbio, Spilamberto, Modena (raccolta dal Luppi) e di S. Possidonio.

È specie variabile nel colorito delle zampe e del pronoto.

Distribuzione geografica generale: Ha una distribuzione vastissima per tutto il mondo.

Gen. **Labia** Leach.

L. minor Lin. — È abbastanza comune nella zona media e bassa del Modenese un po' più rara nell'alta. L'ho raccolta a Nonantola, Spilamberto, monte Gibbio, Pavullo, il Sig. Luppi nei dintorni e dentro di Modena, e ne tengo in collezione varî esemplari che raccolsi nel 1916 nei dintorni di Sestola e di Fanano.

È la specie più piccola delle forficule nostrane; vive nei detriti vegetali, nei letamai, e sotto a legno fradicio. Vola di giorno specialmente nelle ore crepuscolari ed è facile pigliarla di notte al lume.

Distribuzione geografica generale: Europa, Asia, Africa ed America del nord.

Gen. **Anechura** Scudd.

A. orsinii Genè. — Comune nelle due forme *macrolabia* e *ciclolabia* sull'alto Apennino Modenese: l'ho raccolta sul monte Cervarolo, sul Cimone, in Pian Cavallaro, a Fiumalbo e sul monte Rondinaio. La si rinviene sotto a sassi, ai piedi dei castagni e dei faggi e spesse volte nascosta entro ai fiori di Cardo selvatico.

Distribuzione geografica generale: Italia, nelle Alpi e nell'Apennino settentrionale e centrale.

Gen. **Apterygida** Westw.

A. media Hagenb. — Piuttosto rara; ne ho raccolto varî esemplari a Zocca, e un esemplare a monte Gibbio, sotto a grossi sassi interrati. Non se ne conosce niente dei suoi costumi.

Distribuzione geografica generale: Europa meridionale e centrale.

Gen. *Forficula* Lin.

F. auricularia Lin. — È la specie più comune e più conosciuta anche dal lato etologico delle forficule, e la si trova così nella zona dell'alto Apennino Modenese come nella pianura, nelle due forme *macrolabia* e *ciclolabia*.

Distribuzione geografica generale: Europa, Africa del nord, Asia Minore, Madera, Isole Canarie, America centrale e settentrionale e Indie orientali; col traffico commerciale non passerà molto tempo che questa forficula sarà cosmopolita.

F. decipiens Genè. — Abbastanza frequente nelle due forme *macrolabia* e *ciclolabia* sia in pianura che in collina. L'ho trovata a Castelvetro, monte Gibbio, e nelle così dette « Basse » di Vignola, a Spilamberto e a S. Possidonio. I costumi di questa specie sono poco noti, io l'ho sempre rinvenuta solamente sotto a corteccia di quercie.

Distribuzione geografica generale: Europa del sud; la forma macrolabia è stata trovata anche in Dalmazia.

F. pubescens Serv. — Debbo registrarla piuttosto come rara e forse per le difficoltà di ricerca, facendo vita subipogea; ne posseggo quattro esemplari di Spilamberto e due di Castelvetro raccolti lungo i solchi tracciati di fresco dall'aratro. Come ho detto questa specie conduce vita subipogea, infatti nell'Italia meridionale ove è comune la raccolsi sempre alla profondità di 30 centimetri nel terreno e solo due volte e forse accidentalmente la trovai sotto a sassi.

Distribuzione geografica generale: Europa del sud.

Quadro dei Dermatteri d'Europa comparati con quelli dell'Italia continentale ed insulare e del Modenese.

GENERE	Numero delle specie e subspecie		
	Europa	Italia	Modenese
1. *Labidura* Leach .	2 + 3 subspecie	1 + 2 subsp.	1 + 1 subsp.
2. *Anisolabis* Fieb . .	3 =	3 =	2 =
3. *Labia* Leach . . .	1 =	1 =	1 =
4. *Anechura* Scudd. .	2 =	2 =	1 =
5. *Chelidura* Serv.. .	7 =	3 =	— =
6. *Apterygida* Westw.	1 =	1 =	1 =
7. *Forficula* Lin. . .	12 =	7 =	3 =
	28 + 3 subspecie	18 + 2 subsp.	9 = 1 subsp.

Il quadro qui sopra compilato non può essere riguardato come rigorosamente esatto e tanto meno poi completo e, questo, più che altro, per una ragione già detta sin da principio di questo lavoretto e, cioè, la scarsa raccolta che si fanno di questi insetti e il poco studio che gli entomologi in generale vi dedicano. Pur tuttavia non ho creduto cosa superflua il farlo anche per mettere bene in evidenza i risultati non del tutto indifferenti da me ottenuti.

Infatti confrontando il numero delle specie dell'Europa con quelle dell'Italia e del Modenese si vede che in questa ultima località i Dermatteri sono, relativamente abbastanza ben rappresentati e, per quanto riguarda i generi, solo uno non ha specie nel Modenese.

Modena, luglio 1921.

BIBLIOGRAFIA CONSULTATA.

G. Gené. Saggio di una Monografia delle Forficule indigene. Padova 1832.

C. Brunner von Wattenwyl. Prodomus der Europäischen Orthopteren. Leipzig 1882.

L. Picaglia. Contribuzione alla Fauna del Modenese. Ortotteri. (Edita a cura della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena) Vol. II, Anno 1883.

A. Finot. Faune de France. Insectes Orthoptères. Fontainebleau 1890.

A. Acloque. Faune de France. Orthoptères, Nevroptères, Hymenoptères ecc. Vol. II.°, Paris 1897.

A. de Bormans und H. Krauss. Das Tierreich. Forficulidae und Hemimeridae. Berlin 1900.

M. Burr. Dermaptera, in Genera Insectorum dirigè par P. Wytsman, 1912.

A. Borelli. *Escursioni Zoologiche del Dr. E. Festa nella vallata del Sangro (Abruzzi).* Di una nuova specie del genere *Forficula* Linn. Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comp. della R. Università di Torino. N. 711; Vol. XXXI; Anno 1916.

Sulle superficie i cui spazi osculatori presentano particolari incidenze coi piani tangenti o fra loro

NOTA DI ALESSANDRO TERRACINI

Al DEL PEZZO [1]) è dovuto il teorema, ormai classico, secondo il quale la superficie di Veronese è la sola superficie, non cono, di S_r, con $r \geq 5$, i cui piani tangenti siano a due a due incidenti. Il risultato fu poi esteso dallo SCORZA [2]), il quale investigò le varietà a tre, o quattro dimensioni, che godono di una proprietà analoga. Lo scopo di questo lavoro è di proseguire la ricerca in un altro senso, e precisamente di determinare le superficie F per le quali avviene che i loro piani tangenti e spazi osculatori [3]), oppure gli spazi osculatori, a due a due, presentino incidenze particolari, vale a dire si seghino in uno spazio di dimensione maggiore, rispetto a quella della intersezione, in quel medesimo spazio ambiente, di due spazi aventi rispettivamente le medesime loro dimensioni e situati in posizione generica.

---

[1]) *Sulle superficie dell'* n^mo^ *ordine immerse nello spazio di* n *dimensioni,* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. I (1887), v. il n.° 12; cfr. anche BERTINI: *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi* ....., Pisa 1907, p. 316.

[2]) *Determinazione delle varietà a tre dimensioni di* S_r ($r \geq 7$) *i cui* S_3 *tangenti si incontrano a due a due,* ibid., t. XXV (1908); *Sulle varietà a quattro dimensioni di* S_r ($r \geq 9$) *i cui* S_4 *tangenti si tagliano a due a due,* ibid., t. XXVII (1909).

[3]) Chiamo, secondo l'uso, spazio osculatore (o $2-$tangente) a una superficie F in un suo punto lo spazio (di dimensione minima) che contiene i piani osculatori, in quel punto, alle curve tracciate su F che passano per esso. Nel seguito avremo a considerare anche lo spazio $h-$tangente a una superficie in un suo punto (per $h > 2$), e lo riterremo definito in modo analogo.

Sulle superficie da determinare *non* facciamo l'ipotesi che siano algebriche; e precisamente manteniamo, rispetto al termine di *superficie* e a quello di *linea,* le convenzioni fatte nella introduzione di una mia recente Nota [4]).

1. — La dimensione dello spazio osculatore generico di una superficie F, che non stia in S_3 nè sia sviluppabile, è *quattro* (nel qual caso diremo, secondo l'uso, che F rappresenta un'equazione di Laplace) oppure *cinque* [5]). Fra le superficie escluse si trova subito (ricorrendo p. es. all'osservazione contenuta nella nota [5]) di (T)) che il nostro problema non ammette se non la soluzione banale dei coni (di S_r con $r \geq 6$, oppure con $r \geq 7$, secondochè un piano tangente e uno S_3 osculatore generici, oppure due S_3 osculatori generici debbano avere un'intersezione più ampia dell'ordinario). Restano adunque a considerare i problemi di *determinare le superficie* F *per cui hanno un'intersezione di dimensione maggiore dell'ordinario*

a) *un piano tangente e uno* S_4 *osculatore generici,*

b) *un piano tangente e uno* S_5 *osculatore generici,*

c) *due* S_4 *osculatori generici,*

d) *due* S_5 *osculatori generici.*

Quale potrà essere la dimensione i della intersezione considerata? Una limitazione si ha dal seguente

LEMMA. *Se gli spazi* h-*tangenti generici di una superficie* F *sono degli* S_d, *e se essi incontrano uno* S_p *fisso in spazi di dimensione* $i \geq d - h$, *la* F *sta, con lo* S_p, *in uno spazio di dimensione* $d + p - i$ (*cosicchè tutti gli* S_d *generici di questo spazio ambiente segano lo* S_p *in* S_i).

Sia infatti C una curva generica di F, e P un punto generico di C. Lo S_h osculatore (h-tangente) a C in P sta nello S_d h-tangente a F in P, insieme collo S_i traccia dello S_d su S_p: quindi lo S_h e lo S_i considerati si incontrano in uno S'_{i-d+h} almeno, e di conseguenza si incontrano almeno in uno S_{i-d+h} lo S_h e lo S_p fisso. La curva C è dunque tale che i suoi S_h osculatori incontrano uno S_p fisso in S_j, con $j \geq i - d + h \geq 0$, donde segue (p. es. ricorrendo a una proiezione di questa curva eseguita dallo S_p) che la C sta in uno S_{h+p-j} per lo S_p: ma allora la F stessa sta in uno S_{h+p-j} per lo S_p, giacchè, presi $h - j$ punti generici di F che con lo S_p indi-

---

[4]) *Su due problemi, concernenti la determinazione di alcune classi di superficie, considerati da G. Scorza e da F. Palatini,* nel medesimo volume di questi Atti. Citeremo nel seguito questo lavoro colla sigla (T).

[5]) Cfr. p. es. la citazione fatta nella nota [7]) di (T).

viduino *uno* S_{h+p-j}, questo spazio contiene, insieme colle curve di F che passano per quegli $h-j$ punti, tutta la superficie F. Ed è poi proprio $j=i-d+h$, perchè, se fosse $j>i-d+h$, la dimensione dello spazio intersezione degli S_d osculatori collo S_p risulterebbe $\geq d+p-(h+p-j)>i$.

In base al Lemma, nei casi a) e b) sarà $i=0$; il problema c) si spezza invece in due problemi c_1), c_2), secondochè si supponga $i=1$, $i=0$; e il problema d) in tre problemi d_1), d_2), d_3) secondochè si supponga $i=2$, $i=1$, $i=0$. Risulterà dal seguito che tutti i casi elencati sono effettivamente possibili. È poi ovvio che la dimensione r dello spazio ambiente deve essere supposta ≥ 7 nel problema a), ≥ 8 nel problema b), $\geq 9-i$ nel problema c) e $\geq 11-i$ nel problema d).

2. — La superficie di Veronese, oltre che della proprietà ricordata in principio di questo lavoro, gode altresì di quella che la varietà delle sue corde ha solamente dimensione *quattro*, anzichè *cinque*, come avviene in generale per una superficie, non cono, immersa in S_5 o in uno spazio più ampio [6]): anzi io ho osservato [7]) che queste due proprietà si riconducono l'una all'altra. Troveremo anche attualmente qualche cosa di analogo, e giungeremo così a un'altra interpretazione di cui sono suscettibili alcuni dei problemi enunciati. E nello stesso tempo avremo occasione di rilevare come questi non siano tutti distinti fra loro.

Introduciamo anzitutto, in relazione con una superficie generica F (che supponiamo per semplicità non sviluppabile) di S_r ($r\geq 7$), la varietà G_g ricoperta dagli S_3 che congiungono i singoli punti di F ai singoli suoi piani tangenti. Siano le x_i ($i=0,\dots,r$) coordinate proiettive omogenee nello S_r, e sia su F $x_i=x_i(\tau_1,\tau_2)$ — i due parametri τ_1, τ_2 essendo essenziali — o, come scriveremo più brevemente $x=x(\tau_1,\tau_2)$. Pongo $x^{(1)}=\dfrac{\partial x(\tau_1\tau_2)}{\partial\tau_1}$, ecc.; $\bar{x}=x(\bar{\tau}_1,\bar{\tau}_2)$, $\bar{x}^{(1)}=\dfrac{\partial\bar{x}}{\partial\bar{\tau}_1}$, ecc. I punti di G sono dati da

$$y=\bar{x}+\lambda x+\mu x^{(1)}+\nu x^{(2)} \tag{1}$$

---

[6]) Cfr. Severi: *Intorno ai punti doppi impropri di una superficie generale dello spazio a quattro dimensioni e a' suoi punti tripli apparenti*, Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XV (1901).

[7]) *Sulle* V_k *per cui la varietà degli* $S_h(h+1)$ — *seganti ha dimensione minore dell' ordinario*, ibid., t. XXXI (1911).

al variare di $\tau_1, \tau_2, \bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \lambda, \mu, \nu$. La dimensione g della G è in generale uguale a *sette*. Quando è che $g < 7$? Si osservi che g è inferiore di un' unità alla caratteristica che la matrice

$$M_o \equiv \left\| \bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, x, x^{(1)}, x^{(2)}, \mu x^{(11)} + \nu x^{(12)}, \mu x^{(12)} + \nu x^{(22)} \right\|$$

(nelle cui successive orizzontali è da intendere che debbano essere sostituite a $\bar{x}$, ecc. le $\bar{x}$, ecc. coi successivi indici 0, ..., r) ha per valori generici di $\tau_1, \tau_2, \bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \mu, \nu$. Ora, per le ipotesi fatte, i piani tangenti della F non sono mutuamente incidenti, e perciò la matrice formata colle 6 prime colonne di M_o ha caratteristica 6. Dunque $g \geq 5$. Se fosse $g = 5$ (cioè se M_o avesse caratteristica 6), seguirebbe

$$(2) \quad \left\| \bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(11)} \right\| = \left\| \bar{x}, ..., x^{(2)}, x^{(12)} \right\| = \left\| \bar{x}, ..., x^{(2)}, x^{(22)} \right\| = 0,$$

e lo S_5 congiungente i piani π e π' tangenti a F rispettivamente in due suoi punti generici P e P' conterrebbe i piani tangenti a F in tutti i punti infinitamente vicini a P, ecc., e perciò tutta F, contro l' ipotesi. Se invece ha da essere $g = 6$, segue

$$(3) \quad \left\| \bar{x}, ..., x^{(2)}, x^{(12)}, x^{(22)} \right\| = \left\| \bar{x}, ..., x^{(2)}, x^{(11)}, x^{(22)} \right\| = \left\| \bar{x}, ..., x^{(2)}, x^{(11)}, x^{(12)} \right\| = 0.$$

Ora attualmente una almeno fra le matrici che compaiono nelle (2) non è nulla, e allora la considerazione delle (3) porta alla conclusione che la matrice

$$M = \left\| \bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(11)}, x^{(12)}, x^{(22)} \right\|$$

ha caratteristica *sette*. Viceversa, se M ha caratteristica *sette*, M_o ha la medesima caratteristica, e $g = 6$. Questo caso si presenta dunque quando, e solo quando un piano tangente e uno spazio osculatore generici della F stanno in S_6, cioè, in base a quanto si è detto al n. 1, per le superficie che risolvono il problema *a*). *Le superficie che risolvono il problema* a) *sono anche le sole superficie non sviluppabili di* S_r, *con* $r \geq 7$, *per cui la varietà* G *ricoperta dagli* S_3 *congiungenti i singoli punti di* F *ai suoi singoli piani tangenti ha dimensione* < 7 (*e precisamente dimensione 6* [8]). Inoltre *le superficie di* S_r *con*

---

[8]) La varietà G si può definire, com' è chiaro, anche per $r < 7$. E ci si può porre allora il problema se una superficie F di un tal spazio può essere tale che la G non riempia lo spazio ambiente. Ma esso non conduce a nessun risultato interessante. Una cosa analoga vale per la varietà E che sarà introdotta fra poco.

$r > 7$ *per cui la varietà* G_7 *è toccata da uno stesso* S_7 *nei singoli punti di ogni suo* S_3 *generatore sono le superficie che risolvono il problema* b), *e inoltre le superficie di quegli spazi che rappresentano un' equazione di Laplace senza essere soluzioni del problema* a). L' ultimo enunciato si giustifica osservando che, se una superficie F gode della proprietà indicata, essendo lo S_7 tangente a G_7 nel suo punto (1) determinato dai punti che compaiono in M_0, i punti che compaiono in M stanno in uno S_7, cioè F, in quanto sia dotata di S_5 osculatori, risolve il problema b); e viceversa.

Consideriamo anche, in relazione con una superficie F (non sviluppabile) di S_r, con $r \geq 8$, la varietà E_e ricoperta dagli S_5 congiungenti le singole coppie di piani tangenti di F, varietà i cui punti sono dati da

$$z = \bar{x} + \lambda \bar{x}^{(1)} + \mu \bar{x}^{(2)} + \nu x + \pi x^{(1)} + \rho x^{(2)}$$

al variare dei parametri τ_1, τ_2, $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$, λ, μ, ν, π, ρ. Se $r \geq 9$, si ha in generale $e = 9$. Per quali superficie F si ha invece $e < 9$? Intanto non può essere $e = 6$ (nè $e < 6$) perchè gli S_5 congiungenti le coppie di piani tangenti di F sono almeno ∞^2, e perciò, se ricoprissero una E_6, questa sarebbe uno S_6, nel quale sarebbe dunque immersa la F, contro l' ipotesi. In ogni caso e è inferiore di un' unità alla caratteristica della matrice

$$N_0 \equiv \| \bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, \lambda \bar{x}^{(11)} + \mu \bar{x}^{(12)}, \lambda \bar{x}^{(12)} + \mu \bar{x}^{(22)}, \\ x, x^{(1)}, x^{(2)}, \pi x^{(11)} + \rho x^{(12)}, \pi x^{(12)} + \rho x^{(22)} \|$$

Supponiamo anzitutto che la dimensione g della varietà G prima considerata sia < 7 e perciò $= 6$: in tal caso i primi otto punti che compaiono in N_0 stanno in uno S_6, e in un *altro* S_6 stanno gli otto punti che si ottengono tralasciando il quarto e il quinto fra i dieci scritti; i due S_6 avendo in comune uno S_5 stanno in S_7, e perciò $e = 7$. Inoltre i due S_6 nominati contengono complessivamente i punti x, $\bar{x}$, e i loro derivati primi e secondi: cosicchè la matrice

$$N \equiv \| \bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, \bar{x}^{(11)}, \bar{x}^{(12)}, \bar{x}^{(22)}, x, \ldots, x^{(22)} \|$$

ha caratteristica *otto*, e (v. il n. 1) gli spazi osculatori della F sono S_4, a due a due incidenti in rette. La F risolve dunque il problema c_1). (Si osservi che viceversa se (in S_r con $r \geq 8$) F risolve il problema c_1), N ha caratteristica *otto*, e F risolve anche il pro-

blema a), perchè se no lo S_7 determinato dal piano tangente di F in un suo punto P e da uno S_4 osculatore generico conterrebbe i piani tangenti a F nei punti infinitamente vicini a P, ecc. e perciò tutta F).

Sia ora invece $g = 7$. Se deve risultare $e = 7$, i punti $x^{(11)}, x^{(12)}, x^{(22)}$ sono situati nello S_7 dei primi otto punti scritti in N_o: anzi, in virtù di quanto si è detto prima a proposito della matrice M, tale S_7 si può considerare determinato dai punti $\bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(11)}, x^{(12)}, x^{(22)}$, e quindi contiene anche $\bar{x}^{(11)}, \bar{x}^{(12)}, \bar{x}^{(22)}$. Ma allora, dalla fine del capoverso precedente risulta che questo caso non si può presentare. Se invece $e = 8$, mentre $r > 8$, due qualsiansi fra i tre punti $x^{(11)}, x^{(12)}, x^{(22)}$ stanno in uno S_8 passante per lo S_7 determinato dai primi otto punti che compaiono in N_o, mentre, in virtù del ragionamento testè fatto, uno almeno fra quei tre punti non sta in questo S_7. Perciò $\bar{x}, \bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(11)}, x^{(12)}, x^{(22)}, \lambda\bar{x}^{(11)} + \mu\bar{x}^{(12)}, \lambda\bar{x}^{(12)} + \mu\bar{x}^{(22)}$ stanno in uno S_8 (non in uno spazio meno ampio). Ora i primi nove punti fra gli ultimi scritti non sono linearmente indipendenti, perchè il loro S_8 conterrebbe $\bar{x}^{(11)}, \bar{x}^{(12)}, \bar{x}^{(22)}$, donde, con un ragionamento analogo a altri già fatti, si trarrebbe $r = 8$. Dunque quei nove punti stanno in uno S_7 (e non in uno spazio meno ampio in base a quanto si è visto a suo tempo sulla matrice M), e questo S_7, nel quale non sta almeno uno fra i punti $\bar{x}^{(11)}, \bar{x}^{(12)}, \bar{x}^{(22)}$, sta in uno S_8 con due qualunque fra questi tre punti, e perciò con tutti tre: la matrice N ha dunque caratteristica *nove*, e la F risolve il problema c_2), o il problema d_1). E viceversa. Pertanto:

Le superficie F *non sviluppabili di* S_r, *con* $r \geq 8$, *per cui la varietà* E *ricoperta dagli* S_5 *congiungenti le singole coppie di piani tangenti di* F *ha dimensione* $e < 9$, *sono tutte e sole le seguenti: le superficie che risolvono il problema* c_1), *e per esse* $e = 7$; *le superficie che risolvono il problema* c_2), *oppure il problema* d_1), *e per esse* $e = 8$. *Inoltre si hanno le soluzioni triviali delle superficie di* S_8 (*non sviluppabili nè soluzioni del problema* c_1)), *per le quali* $e = 8$. Segue inoltre facilmente da quanto si è detto che *le superficie che risolvono il problema* c_1) *sono tutte e sole quelle che risolvono il problema* a) *in* S_r *con* $r \geq 8$; *quelle che risolvono il problema* d_1) *sono tutte e sole quelle che risolvono il problema* b) *in* S_r *con* $r \geq 9$.

Infine risulta poi anche subito che *le superficie di* S_r, *con* $r \geq 10$, *per cui la varietà* E_9 *è toccata da uno stesso* S_9 *nei singoli punti di ogni suo* S_5 *generatore sono le superficie che risolvono il problema* d_2)

e inoltre le superficie di quegli spazi che rappresentano una equazione di Laplace senza essere soluzioni del problema c).

3. — Prima di iniziare la risoluzione dei vari problemi enunciati, facciamo alcune osservazioni a cui ricorreremo poi [9]). Anzitutto, data una superficie F, appartenente a S_r, che sia luogo di ∞^1 linee contenute in altrettanti S_{p+1} per uno S_p fisso, con $2 \leq p \leq r-3$, quand'è che essa rappresenta un'equazione di Laplace?

Partiamo dalla rappresentazione analitica della superficie, che assumeremo sotto la forma

$$x = \sum_{h=o}^{p} \alpha_h (\tau_1 \tau_2) a_h + u(\tau_1),$$

dove i punti $a_o, \ldots, a_p$ sono assunti in modo generico sullo S_p fisso, e dove è da intendere che i coefficienti α siano gli stessi in tutte le relazioni fra coordinate compendiate in quella scritta. Il punto x e i suoi derivati primi e secondi si esprimono come combinazioni lineari dei punti $a_o, \ldots, a_p, u, u^{(1)}, u^{(11)}$, i quali punti sono linearmente indipendenti, perchè, se no, la linea luogo del punto $u(\tau_1)$ avrebbe piani osculatori incidenti allo S_p fisso, e (insieme con quella linea) la superficie risulterebbe immersa in uno spazio di dimensione $\leq p+2$ contro l'ipotesi. Perciò, se la superficie rappresenta qualche equazione di Laplace, questa lega linearmente i punti $x^{(2)}, x^{(12)}, x^{(22)}$: ciò significa che al variare dei parametri τ_1, τ_2, il punto $x^{(2)}$, nel quale la retta tangente nel punto x alla linea (dove varia) τ_2 che vi passa incontra lo S_p fisso, descrive una linea oppure è fisso. E di qui discende subito che F rappresenta un'equazione di Laplace, quando le ∞^1 linee contenute negli S_{p+1} per lo S_p fisso sono rette, oppure quando le sviluppabili circoscritte rispettivamente a quelle ∞^1 linee segano sullo S_p fisso una medesima traccia. Ed è poi chiaro che se F rappresenta più di una equazione di Laplace essa è un cono col vertice giacente nello S_p.

Proponiamoci ancora la stessa questione per una superficie F che sia luogo di ∞^1 linee contenute in altrettanti S_{p+1} appartenenti a una sviluppabile ordinaria con S_{p-1} fisso, essendo ancora $2 \leq p \leq r-3$. Porremo ora (con convenzioni analoghe a quelle di prima)

$$x = \sum_{h=o}^{p-1} \alpha_h (\tau_1, \tau_2) a_h + \gamma (\tau_1 \tau_2) u(\tau_1) + u^{(1)}(\tau_1).$$

---

[9]) Esse sono da mettere in relazione col n.° 8 di Bompiani: *Sull'equazione di Laplace,* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XXXIV (1912).

Con un procedimento analogo a quello sopra adottato si verifica che ogni eventuale equazione di Laplace rappresentata dalla F lega linearmente i punti x, $x^{(2)}$, $x^{(22)}$, $x^{(12)}$. Ora, se già i primi tre punti sono legati linearmente, le linee τ_2 sono rette. Escluso questo caso, il punto $x^{(2)}$, nel quale la retta tangente nel punto x (τ_1, τ_2) alla linea τ_2 che vi passa sega lo S_p $a_0 a_1 \ldots . a_{p-1}$ u (τ_1), varia (per una data τ_1) insieme con τ_2, descrivendo una linea che si può supporre variabile con τ_1 (perchè se no essa giacerebbe nello S_{p-1} fisso, γ dipenderebbe dalla sola τ_1, e la F si potrebbe considerare come luogo di ∞^1 linee contenute rispettivamente negli S_p che dallo S_{p-1} fisso proiettano i singoli punti della linea descritta dal punto $\gamma(\tau_1)\, u(\tau_1) + u^{(1)}$, cosicchè la questione, per $p > 2$, viene ricondotta a quella precedentemente risolta, e, per $p = 2$, è di risposta immediata). Perciò il punto $x^{(2)}$, al variare di τ_1, τ_2, descrive una superficie $\overline{F}$. Il piano tangente a $\overline{F}$ nel punto $x^{(2)}$, determinato ulteriormente dai punti $x^{(12)}$, $x^{22)}$, contiene anche il punto x, dimodochè la retta $x\, x^{(2)}$ è tangente, rispettivamente in x e in $x^{(2)}$, a entrambe le superficie F, $\overline{F}$. Quindi, se F rappresenta un' equazione di Laplace, anche $\overline{F}$ rappresenta almeno un' equazione di Laplace: e F si può considerare ottenuta da $\overline{F}$ mediante una trasformazione di Laplace. D'altra parte si riconosce che le superficie F così ottenute soddisfanno alle condizioni richieste. Quindi le superficie F del tipo in esame che rappresentano (almeno) una equazione di Laplace si ottengono tutte supponendo che le ∞^1 linee degli ∞^1 S_{p+1} considerati siano rette, oppure come trasformate di Laplace di una superficie $\overline{F}$ luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_p per un S_{p-1} fisso, la quale rappresenti un' equazione di Laplace (cfr. la prima parte di questo n.°), a meno che non si riducano addirittura a superficie di quest' ultimo tipo. E le superficie F che rappresentano più di una equazione di Laplace sono sviluppabili le cui rette generatrici stanno rispettivamente negli ∞^1 S_{p+1}.

4. — Il problema a). — Sia F una superficie (di S_r con $r \geq 7$) che risolve il problema a). Proietto su uno S_{r-3} generico la F dal piano π ad essa tangente in un suo punto generico P. La proiezione non si può certo ridurre a una linea [10]): sarà dunque una superficie F' che, essendo dotata di S_3 osculatori, senza giacere in uno S_2',

---

[10]) Cfr. p. e. la nota [8]) di (T).

sarà una sviluppabile. Vi sono dunque su F ∞^1 linee, ciascuna delle quali sta in uno S_4 col piano π; e gli S_4 osculatori a F nei singoli punti di una di queste linee stanno in uno S_6 per π. Ora il sistema ∞^1 di linee così costruito è indipendente dalla scelta del punto P: invero nell'ipotesi opposta quelle linee sarebbero in tutto almeno ∞^2, e per due punti generici di F ne passerebbe qualcuna, ma allora due S_4 osculatori generici di F starebbero in uno S_6, ciò che è assurdo. Perciò gli S_4 osculatori a F nei singoli punti di una di quelle linee stanno tutti in uno S_6 con qualsiasi piano tangente π, e quindi coincidono tra loro, non potendo il loro spazio incontrare in più di un punto i piani tangenti generici di F (cfr. il Lemma del n.° 1). Quelle ∞^1 linee (di cui tre consecutive stanno in uno S_4) sono di conseguenza situate nei singoli piani di una sviluppabile ordinaria eventualmente degenere. Ora (ancora in base a quel Lemma) un piano tangente generico di F deve incontrare in uno stesso punto due S_4 consecutivi della sviluppabile, e perciò incontrare gli S_3 della sviluppabile, e per un motivo analogo gli S_2, ecc.. Se con questo procedimento non si deve pervenire all'assurdo che F sia un cono, occorre che i piani della sviluppabile passino per una medesima retta. E viceversa si verifica subito che in tal caso la F risolve il problema *a*). Quindi.

Le superficie che risolvono il problema a) *sono i luoghi (non degeneranti in coni) di* ∞^1 *linee (eventualmente rette) in altrettanti piani per una retta fissa, giacenti in* S_r, *con* $r \geq 7$.

5. — Il problema *b*). — Sia F una superficie che risolve questo problema (immersa dunque in S_r, con $r \geq 8$). Le rette tangenti a F che si appoggiano allo spazio $[Q]_5$ osculatore a F in un suo punto generico Q inviluppano su F un sistema ∞^1 di linee, ciascuna delle quali risulta giacente in uno S_6 per $[Q]_5$. I piani tangenti a F nei singoli punti di una di queste linee giacciono dunque in uno S_7 per $[Q]_5$. Ne discende che lo S_7 di $[Q]_5$ e del piano π tangente a F in un suo punto generico P contiene altresì i piani tangenti a F nei singoli punti di una linea, sia $\{P\}$, passante per P. Gli S_7 del tipo $\pi[Q]_5$ sono dunque al massimo ∞^3. E non potendo essi d'altra parte essere solamente ∞^1, restano a discutere le ipotesi che siano ∞^2, oppure ∞^3.

Se gli S_7 del tipo $\pi[Q]_5$ sono ∞^2, uno generico di essi contiene non solo, come già sappiamo, i piani tangenti a F nei singoli punti di una linea $\{P\}$, ma anche gli S_5 osculatori in ∞^1 punti costituenti una linea, sia (Q). Si può allora fare un ragionamento analogo a

quello del n.° 4, e cioè stabilire successivamente che le linee (Q) sono complessivamente solo ∞^1, che lo S_5 osculatore a F nei singoli punti di una di esse è fisso, che le linee (Q) sono situate nei singoli S_3 di una sviluppabile ordinaria, e finalmente che questi S_3 passano per uno stesso piano. La superficie F è dunque costituita da ∞^1 curve (eventualmente piane, ma non rette) situate in altrettanti S_3 per un piano fisso. Viceversa è chiaro che una superficie siffatta risolve effettivamente il problema b), salvo il caso in cui venga a rappresentare un' equazione di Laplace: il modo di escludere questa eventualità è stato assegnato al n.° 3.

Se invece gli S_7 del tipo $\pi[Q]_5$ sono ∞^3, dico intanto che le linee $\{P\}$ sono ∞^2. Si osservi anzitutto che (chiamando χ il piano tangente a F nel suo punto Q), secondo quanto si è visto al n.° 2, la varietà G_7 ammette come tangente in tutti i punti generici di uno $S_3 P\chi$ lo $S_7 \pi[Q]_5$. Segue allora che lo spazio di contatto di uno di questi S_7 è uno S_4, il quale contiene, col piano χ, tutti i punti di una linea $\{P\}$ passanti per P (mentre i piani tangenti a F in tutti questi punti stanno nello S_7). Perciò non possono le linee $\{P\}$ essere in tutto solamente ∞^1, perchè ciascuna di esse verrebbe a stare in uno S_4 con un piano tangente generico di F: ma allora, non potendo il suo spazio di appartenenza S_i incontrare in più di un punto un piano tangente generico, nè ridursi d'altra parte ad una retta, si avrebbe $i = 2$; e finalmente lo spazio, di dimensione ≤ 5, dei piani α e β di due curve $\{P\}$ generiche sarebbe incontrato dai piani tangenti generici di F in (almeno) due punti distinti [11]) (uno su α e uno su β) e — v. il n.° 1 — si avrebbe $r \leq 6$. Nè possono d'altra parte le linee $\{P\}$ essere ∞^3. Infatti, se così fosse, presi su F tre punti generici, per essi passerebbe qualche linea $\{P\}$, e i piani tangenti in essi alla F starebbero in uno spazio di dimensione ≤ 7; ma allora — cfr. il § 2 di (T) — la F, in quanto non rappresenta equazioni di Laplace, sarebbe la F^8 di S_8 algebrica razionale rappresentabile su un piano mediante il sistema lineare di quartiche con due punti doppi fissi, mentre è chiaro (p. es. appunto sulla rappresentazione piana) che questa superficie non risolve il problema b). Si osservi inoltre che il ragionamento col quale si è escluso che le

---

[11]) Qualora questi punti coincidessero, α e β avrebbero in comune qualche punto; e precisamente, se ne avessero uno solo, per esso passerebbero tutti i piani tangenti di F, che risulterebbe un cono; se avessero in comune una retta, F rappresenterebbe ancora (almeno) un' equazione di Laplace.

curve $\{P\}$ siano ∞^1 prova contemporaneamente che le ∞^1 curve $\{P\}$ che passano per un punto generico di F differiscono fra loro già nell'intorno di quel punto.

Una curva $\{P\}$ generica sta in ∞^1 S_4, nè può essere piana: è dunque una curva di S_3. E precisamente, in virtù di quanto si è detto, per un punto P generico di F passano ∞^1 di quelle curve, distinte e sghembe già nell'intorno di quel punto. Perciò [12]) F è una superficie di S_9, oppure di S_8, algebrica razionale, rappresentabile su un piano mediante un sistema lineare di cubiche. E (p. es. sulla rappresentazione) si verifica che tali superficie non rappresentano equazioni di Laplace, e risolvono il problema *b*).

Le superficie che risolvono il problema b) *sono* dunque *i luoghi di* ∞^1 *linee* (*eventualmente piane, ma non rette*) *in altrettanti* S_3 *per un piano fisso, non rappresentanti equazioni di Laplace* (*cfr. il n.° 3*) *e appartenenti a uno* S_r *con* $r \geq 8$, *e le superficie algebriche razionali di* S_9, *o di* S_8, *rappresentabili su un piano mediante sistemi lineari di cubiche.*

6. — Il problema c_2). — Proiettando la F da un suo S_4 osculatore generico su uno S_{r-5} (è ora $r \geq 9$), si ottiene come proiezione una superficie sviluppabile, e si conclude perciò che lo S_8 determinato dagli S_4 osculatori a F in due suoi punti generici P e Q contiene gli S_4 osculatori a F nei singoli punti di una linea, sia Σ, passante per P, Q. La varietà E, di cui al n.° 2, ha attualmente dimensione *otto;* e dalla rappresentazione analitica del n.° 2 risulta che essa è toccata, in tutti i punti generici del suo S_5 generatore generico $\pi\chi$, dallo S_8 $[P]_4 [Q]_4$. E l'osservazione testè fatta permette ora di aggiungere che la E_5 ha solo ∞^2 S_8 tangenti (però non meno). Lo spazio di contatto di uno di questi è dunque uno S_6; perciò i piani tangenti a F nei punti di una linea Σ stanno in uno S_6 (ma non in uno spazio meno ampio).

Dico intanto che le linee Σ passanti per il punto P generico su F coincidono fra loro nell'intorno di questo punto. Invero, se $\bar{P}$ è il punto infinitamente vicino a P sulla linea Σ definita ulteriormente dal punto Q di F, lo spazio dei piani tangenti a F in P e $\bar{P}$

---

[12]) Cfr. l'*Osservazione* che chiude il § 1 di (T). Del resto, dato che ora $r \geq 8$, mentre in quella *Osservazione* si suppone $r \geq 6$, si potrebbe evitarne l'applicazione e stabilire direttamente il risultato ricorrendo a una proiezione di F eseguita su uno S_{r-1} dallo S_3 di una delle ∞^2 sue curve spaziali.

non può essere uno S_4; perchè, se fosse tale, coinciderebbe con $[P]_4$, dimodochè questo spazio, stando in uno S_6 con χ, incontrerebbe tutti i piani tangenti di F, e questa superficie risolverebbe il problema c_1) anzichè il problema c_2). Perciò quello spazio è uno S_3, il che significa che il ramo passante per P della linea Σ definita da P e Q coincide con una linea *caratteristica* [13]) di F (per l'equazione di Laplace rappresentata da questa superficie).

La F possiede dunque un sistema ∞^1 di linee, siano le linee Θ, tali che i piani tangenti a F nei singoli punti di due linee Θ generiche stanno in uno S_6 e gli S_4 osculatori in quei medesimi punti stanno in uno S_8. Lo spazio osculatore a F lungo una linea Θ (cioè lo spazio degli S_4 osculatori nei singoli punti di una linea Θ) è perciò uno S_4 oppure uno S_5, perchè, se avesse dimensione > 5, sarebbe incontrato almeno in un piano da ogni ulteriore S_4 osculatore generico di F (insieme col quale sta in uno S_8); e ciò, secondo il Lemma del n.° 1, condurrebbe a un valore di r minore del supposto. Nel primo caso, tre linee Θ consecutive stanno in uno S_4, e, di conseguenza, due linee Θ consecutive in uno spazio di dimensione ≤ 3, e perciò proprio *tre;* donde finalmente segue che le linee Θ giacciono nei piani di una sviluppabile ordinaria; e questa, dovendo i suoi S_4 incontrarsi a due a due in un punto, ha un punto fisso. Nel secondo caso, tre linee Θ consecutive stanno in uno S_5, e quattro linee Θ consecutive in uno spazio di dimensione ≤ 6 e perciò proprio *sei;* infine le linee Θ risultano contenute nei singoli S_3 di una sviluppabile ordinaria che, dovendo i suoi S_4 stare a due a due in uno S_6, risulta dotata di un piano fisso. Donde, avuto riguardo al n.° 3, e con una immediata verifica, si conclude che *le superficie che risolvono il problema* c_2) *sono le* ∞^1 *di linee (eventualmente rette) in altrettanti piani di una sviluppabile ordinaria con un punto fisso, non costituenti però una sviluppabile; e quelle superficie luoghi di* ∞^1 *linee di altrettanti* S_3 *per un piano fisso che rappresentano una (sola) equazione di Laplace,* (per la loro costruzione v. il n.° 3), *lo spazio di appartenenza avendo in ogni caso dimensione* ≥ 9.

7. — Il problema d_2). — Procedendo come nel primo capoverso del n.° precedente, e in base alla proprietà stabilita nel n.° 2 relativamente alla varietà E (che ora ha dimensione *nove,* mentre $r \geq 10$), si conchiude l'esistenza su F di un sistema ∞^2 di linee Σ tali che

---

[13]) Cfr. Segre cit. nella nota [13]) di (T), v. i nn.i 14-15.

lungo una generica di esse la F ammette uno S_7 tangente e uno S_9 osculatore. Distinguiamo ora due casi, secondochè le ∞^1 linee Σ che passano per un punto generico di F coincidono fra loro nell'intorno di quel punto oppure no.

Nel primo caso si può fare un ragionamento del tutto analogo a quello dell'ultimo capoverso del n.° precedente, e concludere che F è una superficie di uno dei due primi tipi che saranno elencati nell'enunciato finale di questo n.°

Nel secondo caso [14]) dimostro anzitutto che F appartiene a uno S_{10}. Invero, chiamando i e ω rispettivamente le dimensioni dello spazio congiungente due S_5 osculatori generici infinitamente vicini di F, e di uno spazio 3-tangente generico di F, cosicchè $\omega \leq 9$, e $6 \leq i \leq \omega$, partiamo dall'osservazione che, se non è $i = 8$, $\omega = 9$, si ha necessariamente $i = \omega$ [15]). Ora, siccome lo S_9 congiungente due S_5 osculatori generici di F, siano $[P]_5$ e $[Q]_5$, contiene altresì lo spazio $[\overline{P}]_5$ osculatore a F in un suo punto $\overline{P}$ infinitamente vicino a P (variabile con Q), se fosse $i = \omega$, quello S_9 conterrebbe lo S_ω 3-tangente a F in P; e perciò gli S_5 osculatori a F in tutti i singoli punti infinitamente vicini a P, ecc., e F stessa apparterrebbero a quello S_9 contro l'ipotesi. Dunque $i = 8$, $\omega = 9$, e (poichè lo $S_8 [P]_5 [\overline{P}]_5$ sta in uno S_9 con $[Q]_5$) gli S_9 3-tangenti di F risultano segati dagli S_5 osculatori generici in S_4; donde (cfr. il Lemma del n.° 1) segue appunto $r = 10$.

Dimostriamo ora che la dimensione s dello spazio $U(\Sigma)$ di appartenenza di una delle ∞^2 linee [16]) Σ generiche è *quattro*. Intanto

---

[14]) La dimostrazione che segue si svolge secondo lo stesso concetto generale di quella che ho dato nel *2.° caso* del § 1 di (T), ma ne diverge nei particolari.

[15]) Ciò è ovvio per $i = 8$. Se invece $i = 7$, oppure $i = 6$, questa condizione si traduce in un sistema di equazioni lineari alle derivate parziali del terz'ordine rappresentato dalla F, e precisamente in un sistema tale che nel sistema delle forme binarie cubiche associate (cfr. il n.° 2 della mia Nota *Alcune questioni sugli spazi tangenti e osculatori ad una varietà,* Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XLIX, 1913) esistono rispettivamente una o due forme distinte contenenti un fattore lineare arbitrariamente prefissato: dunque quelle forme costituiscono rispettivamente un sistema lineare ∞^1, o ∞^2, e si ha $\omega = 7$, oppure $\omega = 6$.

[16]) Indicheremo d'ora innanzi con Σ i rami delle linee che sin qui abbiamo indicate con questo simbolo. Si vede subito che i valori (rispettivamente *sette* e *nove*) delle dimensioni degli spazi tangenti, e osculatori a F lungo una linea Σ non possono, in tal modo, dimi-

è chiaro che $s \leq 6$, mentre l'*Osservazione* finale del § 1 di (T) ci assicura che $s \geq 4$. Ora gli S_9 $V(\Sigma)$ osculatori a F lungo le singole linee Σ costituiscono una ∞^2, per la quale si verifica subito che gli S_7 *primi caratteristici* coincidono cogli S_7 tangenti a F lungo le corrispondenti linee Σ, e che gli spazi *secondi caratteristici* contengono i corrispondenti S_3 $U(\Sigma)$. Anzitutto la ∞^2 degli S_9 $V(\Sigma)$ non può rappresentare due equazioni di Laplace; ciò infatti (per il risultato duale di quello citato in [5])) non potrebbe avvenire che in uno dei seguenti due casi, che risultano entrambi assurdi: o gli ∞^2 S_9 passerebbero per uno S_6 fisso, che verrebbe a contenere tutte le linee Σ, e perciò F; oppure essi sarebbero gli S_9 passanti per gli S_8 di una sviluppabile ordinaria, e allora ogni linea Σ starebbe in uno di quegli S_8, e F risulterebbe ancora appartenente a uno spazio di dimensione troppo bassa. Da ciò, in particolare, rimane escluso che sia $s = 6$. Ma quella ∞^2 di S_9 non può nemmeno rappresentare una equazione di Laplace. Infatti, in tal caso, lo S_5 $W(\Sigma)$ secondo caratteristico di $V(\Sigma)$ coinciderebbe con $U(\Sigma)$ oppure lo conterrebbe, secondochè sia $s = 5$, oppure $s = 4$: lo spazio terzo caratteristico di $V(\Sigma)$, cioè lo spazio comune a tutte le intersezioni di $W(\Sigma)$ cogli analoghi spazi infinitamente vicini del prim'ordine, avrebbe dimensione $s_0 \geq 3$ (si tenga presente la figura duale) in virtù dell'equazione di Laplace rappresentata dalla ∞^2 di S_9 e dalle due equazioni alle derivate parziali del terz'ordine che sono conseguenze di quella; ma non può essere $s_0 > 3$, perchè allora sarebbe > 3 anche la dimensione della intersezione di due S_5 $W(\Sigma)$ generici infinitamente vicini, e questi starebbero in uno spazio di dimensione < 7, che conterrebbe anche due S_3 $U(\Sigma)$ generici infinitamente vicini, e perciò i piani tangenti a F lungo una linea Σ generica, ciò che è assurdo. E non può nemmeno essere $s_0 = 3$; perchè, secondo quanto or ora si è detto, risulterebbe $= 3$ anche la dimensione dello spazio di intersezione di due S_5 $W(\Sigma)$ generici infinitamente vicini, e allora ogni S_5 $W(\Sigma)$ sarebbe incontrato da tutti gli infinitamente vicini (del 1.° ordine) secondo un medesimo S_3; ma siccome i singoli punti di una linea Σ, nel corrispondente S_5 $W(\Sigma)$, stanno anche su analoghi S_5 infinitamente vicini a questo, ne risulterebbe che ogni linea Σ starebbe in uno S_3, ciò che è assurdo. Quindi è certo $s = 4$.

---

nuire. Alla fine di questa dimostrazione, là dove le linee Σ risulteranno algebriche, — in conformità con quanto è detto nella già citata introduzione di (T) — questi rami si intenderanno completati colle linee algebriche irriducibili di cui fanno parte. Un'avvertenza analoga valga per la fine del n.° 8.

Da tutto ciò segue inoltre che, indicando con $\varphi = 0$ l'equazione di un generico $S_9\, V(\Sigma)$, equazione i cui coefficienti saranno funzioni di due parametri essenziali ρ_1, ρ_2, posto $(h, k) = \dfrac{\partial^{h+k}\varphi}{\partial\rho_1{}^h\, \partial\rho_2{}^k}$, le equazioni dello $S_4\, U(\Sigma)$ sono

$$(4) \qquad \varphi = (1,0) = (0,1) = (2,0) = (1,1) = (0,2) = 0.$$

E le equazioni della intersezione di quello S_4 con un analogo infinitamente vicino si ottengono aggiungendo alle (4) le

$$(5) \quad (3,0)\, d\rho_1 + (2,1)\, d\rho_2 = (2,1)\, d\rho_1 + (1,2)\, d\rho_2 = (1,2)\, d\rho_1 + (0,3)\, d\rho_2 = 0.$$

Le nove equazioni così scritte, lineari nelle coordinate di punto, sono linearmente indipendenti, in quanto sappiamo che due $S_4\, U(\Sigma)$ infinitamente vicini si segano proprio in una retta (giacchè stanno in uno S_7 e non in uno spazio meno ampio). Questa retta, al variare di $d\rho_1$, $d\rho_2$ non può avere più di un punto fisso, dovendosi appoggiare a Σ in un suo punto variabile; e, siccome essa deve contenere lo spazio (certo esistente) terzo caratteristico di $V(\Sigma)$, si conclude che questo spazio è un punto $P(\Sigma)$ (dimodochè la ∞^2 degli $S_9\, V(\Sigma)$ non rappresenta nessuna equazione alle derivate parziali del terz'ordine), e che quella retta ha un punto fisso (per una data linea Σ). La varietà focale del prim'ordine di uno $S_4\, U(\Sigma)$ — entro la ∞^2 degli S_4 analoghi — è dunque il cono cubico irriducibile $K(\Sigma)$ rappresentato, entro lo $S_4\, U(\Sigma)$, da

$$(6) \qquad \begin{Vmatrix} (3,0) & (2,1) & (1,2) \\ (2,1) & (1,2) & (0,3) \end{Vmatrix} = 0$$

E la varietà focale del second'ordine [17]) dello $S_4\, U(\Sigma)$ è rappresentata, entro questo spazio, annullando una matrice R dedotta dal primo membro di (6) coll'aggiunta delle tre nuove colonne

$$\begin{cases} (4,0)(1,2) + (2,2)(3,0) - 2(3,1)(2,1), \\ (3,1)(1,2) + (1,3)(3,0) - 2(2,2)(2,1), \end{cases} \begin{cases} (3,1)(0,3) + (1,3)(2,1) - 2(2,2)(1,2), \\ (2,2)(0,3) + (0,4)(2,1) - 2(1,3)(1,2), \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4,0)(0,3) + (1,3)(3,0) - (2,2)(2,1) - (3,1)(1,2), \\ (3,1)(0,3) + (0,4)(3,0) - (1,3)(2,1) - (2,2)(1,2). \end{cases}$$

---

[17]) Cfr. per questo concetto SEGRE: *Sui fochi di 2.° ordine dei sistemi infiniti di piani, e sulle curve iperspaziali con una doppia infinità di piani plurisecanti*, Rend. della R. Acc. dei Lincei (5) vol. XXX, (1921).

Nei punti di una linea Σ non solo sono soddisfatte le (6), ma è addirittura $R=0$. Supponiamo anzitutto [18]) che il sistema di equazioni (nelle coordinate di punto) $R=0$ sia una conseguenza delle (6): si ricava facilmente [19]) che, in tale ipotesi, nel punto di $U(\Sigma)$ in cui si annullano le derivate terze della φ — cioè in $P(\Sigma)$ — si annullano anche le derivate quarte. E ciò equivale a dire che ogni derivata quarta della φ si esprime come combinazione lineare della φ e delle sue derivate prime, seconde e terze, e che perciò (si rifletta anche qui alla figura duale) tutti gli S_9 $V(\Sigma)$ passano per un medesimo punto. Da questo punto, comune altresì agli ∞^2 S_4 $U(\Sigma)$, la F si proietta in una superficie di S_9 dotata di ∞^2 linee spaziali, dimodochè la F sta su un cono V_3^9 proiettante da un punto una superficie di S_9 algebrica razionale rappresentabile su un piano mediante il sistema delle curve di terz'ordine. E una tale F (purchè appartenente a S_{10} e non cono) soddisfa effettivamente al problema d_2) Se invece la $R=0$ non è conseguenza di (6), nel qual caso essa rappresenta una linea algebrica eventualmente riducibile, e degli eventuali punti isolati, Σ è essa stessa algebrica, e algebrica è pure la F. Se l'ordine di una linea Σ è >4, siccome essa sta sul cono cubico $K(\Sigma)$, e, fuori del suo vertice, incontra ogni sua generatrice generica in non più di un punto — come è chiaro facendo coesistere, in $U(\Sigma)$, le (5) con $R=0$ — (e perciò proprio in un punto), essa ha in $P(\Sigma)$ un punto di moltiplicità >1. Se dunque $P(\Sigma)$ è variabile con Σ, e così si deve supporre se non si vuole ricadere sul caso già trattato, le Σ costituiscono un sistema di grado ≥ 2, due S_4 $U(\Sigma)$ generici si tagliano almeno in una retta (anzi proprio in una retta, poichè ciò vale per due S_4 infinitamente vicini), e infine da uno generico fra questi S_4 la F si proietta su uno S_5 secondo una superficie [20]) dotata di ∞^2 linee piane irriducibili costituenti un sistema di grado ≥ 2, ciò che è assurdo. Resta l'ipotesi che le linee Σ siano d'ordine 4, e costituiscano una rete omaloidica: allora però un

---

[18]) Nel n.° 4 della nota citata in [17]), e nel n.° 5 di quella citata nella nota [9]) di (T), il Prof. Segre risolve problemi analoghi a quello cui si riduce il nostro in questa ipotesi, ma seguendo un'altra via.

[19]) P. es. così: sulla retta di $U(\Sigma)$ rappresentata da $(2,1)=(1,2)=(0,3)=0$ (lungo la quale la (6) è soddisfatta), e perciò anche in $P(\Sigma)$ risulta $(0,4)=(1,3)=0$: analogamente si ricava che in $P(\Sigma)$ è $(4,0)=(3,1)=0$. Finalmente sulla retta $(3,0)=(2,1)=(1,2)=(0,3)$ si ha $(4,0)-3(3,1)+$ $+3(2,2)-(1,3)=0$ e perciò in $P(\Sigma)$ è anche $(2,2)=0$.

[20]) Si verifica subito che la proiezione non può ridursi a una linea.

ragionamento del tutto analogo a uno già svolto in (T)[21]) mostra che non si ottiene nessun tipo nuovo di soluzioni.

Le superficie che risolvono il problema d_2) *sono le superficie luoghi di* ∞^1 *linee (eventualmente piane, ma non rette) situate in altrettanti* S_3 *di una sviluppabile ordinaria con retta fissa, o di* ∞^1 *linee (eventualmente appartenenti a* S_3, *o a* S_2, *ma non rette) situate in altrettanti* S_4 *per uno* S_3 *fisso, in entrambi i casi essendo* $r \geq 10$, *e colla restrizione che quelle superficie non rappresentino equazioni di Laplace (v. il n.° 3); e infine le superficie (di* S_{10} *non coni) situate su un cono* V_3^9 *proiettante da un punto la superficie algebrica razionale rappresentata su un piano mediante il sistema lineare delle curve di terz' ordine.*

8. — Il problema d_3). — Di questo problema non possiedo la soluzione completa, in quanto mentre esso si pone per $r \geq 11$, sono solamente in grado di assegnare tutte le superficie che lo risolvono purchè appartenenti a uno S_r con $r \geq 13$ [22]).

Sia dunque $r \geq 13$. Riprese le notazioni del n.° 2, i punti x, $\bar{x}$, insieme coi loro derivati primi e secondi, sono da supporre legati da una relazione lineare omogenea

$$(7)\quad ax + a_1x^{(1)} + a_2x^{(2)} + a_{11}x^{(11)} + a_{12}x^{(12)} + a_{22}x^{(22)} = b\bar{x} + b_1\bar{x}^{(1)} + \dots \\ \dots\dots + b_{22}\bar{x}^{(22)},$$

i cui coefficienti sono funzioni di τ_1, τ_2, $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$: fra essi non sono certamente nulle tutte le a con due indici, nè tutte le b con due indici. Derivando la (7) rispetto a $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$ separatamente, si ottengono due relazioni fra x e i suoi derivati primi e secondi (rispetto à τ_1, τ_2), $\bar{x}$ e i suoi derivati primi, secondi e terzi (rispetto a $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$): esse, insieme colla (7), danno in tutto tre relazioni fra quei punti, certo linearmente indipendenti, come risulta subito dall' esame dei coefficienti delle derivate terze di $\bar{x}$. Indicheremo queste due relazioni,

---

[21]) Alla fine del già citato *2.° caso* del § 1.

[22]) In S_{11} e in S_{12} risolvono il problema d_3) le superficie di questi spazi analoghe a quelle che troveremo negli spazi superiori, e inoltre ogni superficie di S_{11}, giacente sul cono V_4^9 che da una retta fissa proietta la superficie di S_9 algebrica razionale rappresentata su un piano dal sistema lineare delle curve di terz' ordine (avente almeno un punto in comune con ogni piano generatore del cono); ma non posso escludere l' esistenza di ulteriori soluzioni.

senza stare a scriverle esplicitamente, rispettivamente con (7_1) e (7_2). E chiameremo $v = v\,(\tau_1, \tau_2; \bar{\tau}_1, \tau_2)$ il primo (o il secondo) membro di (7), cioè il punto comune agli S_5 osculatori a F rispettivamente in x e in $\bar{x}$.

Mettiamo anzitutto a parte il caso in cui i coefficienti dei primi membri di (7), (7_1), (7_2) risultano proporzionali: ciò significa che i tre punti [23]) v, $\frac{\partial v}{\partial \bar{\tau}_1}$, $\frac{\partial v}{\partial \bar{\tau}_2}$ coincidono fra loro, cioè che il punto u non dipende da $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$, o ancora che gli S_5 osculatori di F passano per un punto fisso. E siccome da questo punto la F si proietta su uno S_{r-1} secondo una superficie dotata di S_4 osculatori, concludiamo che in questo caso la F sta su un cono proiettante da un punto una superficie di uno S_{r-1} rappresentante una (sola) equazione di Laplace, senza rappresentare essa stessa alcuna equazione di Laplace.

Prima di procedere alla discussione degli altri casi, osserviamo ancora che alla medesima conclusione si giunge anche partendo dall'ipotesi che la F rappresenti tre equazioni lineari alle derivate parziali del terzo ordine linearmente indipendenti [24]), giacchè allora uno S_5 osculatore e uno S_6 3-tangente generici di F hanno bensì un punto in comune, ma non più (perchè se no il loro spazio, che sarebbe necessariamente uno S_{10}, conterrebbe altresì gli S_5 osculatori di F nei singoli punti infinitamente vicini a ognuno di quelli in cui lo S_6 è 3-tangente, e conseguentemente conterrebbe anche tutta F), cosicchè il punto di intersezione di uno S_5 osculatore fisso con uno variabile non muta per spostamenti infinitesimi di questo, e risulta quindi senz'altro fisso.

Ancora, osserviamo che si giunge alla medesima conclusione anche partendo dall'ipotesi che i rapporti $a_{11} : a_{12} : a_{22}$ non dipendano da $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$ (o, ciò che è lo stesso, che $b_{11} : b_{12} : b_{22}$ non dipendano da τ_1, τ_2). Infatti, supposto che $a_{12}^2 - 4\,a_{11}\,a_{22}$ non sia identicamente nullo, la (7), attualmente, significa che, fissato un punto P della F, esistono due punti, anche della F, infinitamente vicini a P, siano rispettivamente P_1 e P_2, tali che ciascuno dei due S_4 che congiungono il piano tangente alla F in P col piano ad essa tangente in P_1, o in P_2 è incidente a ogni S_5 osculatore generico della F. Perciò, con una scelta

---

[23]) Se p. es. i coefficienti del primo membro della (7_1) svanissero identicamente, non avrebbe più senso il parlare di un punto $\frac{\partial v}{\partial \bar{\tau}_1}$, ma la conclusione del testo rimane ugualmente valida.

[24]) Si vede subito che non può rappresentarne di più.

opportuna del sistema delle coordinate curvilinee, si può supporre che la (7) si riduca alla

$$ax + a_1 x^{(1)} + a_2 x^{(2)} + x^{(12)} = b\bar{x} + b_1 \bar{x}^{(1)} + b_2 \bar{x}^{(2)} + b_{12} \bar{x}^{(12)} ;$$

Formando allora le (7_1) e (7_2), i coefficienti dei loro primi membri devono essere identicamente nulli (e allora sappiamo già che si giunge effettivamente alla conclusione enunciata), perchè se no ogni piano tangente generico di F avrebbe un punto (almeno e non più) in comune p. es. con ogni spazio del tipo $\bar{x}\bar{x}^{(1)}\bar{x}^{(2)}\bar{x}^{(11)}\bar{x}^{(12)}\bar{x}^{(112)}$, e tutti questi spazi avrebbero in comune uno S_i incidente a tutti i piani tangenti; ma, non rappresentando F delle eq. di Lap., $i \geq 2$, e per $i = 2$ gli S_5 osculatori di F conterrebbero quel piano fisso; infine, anche per $i > 2$ due S_5 osculatori avrebbero un' intersezione troppo ampia. Analogamente, mediante un' opportuna forma canonica per la (7), si tratta il caso in cui $a_{12}^2 - 4a_{11}a_{22} \equiv 0$.

Escludendo d' ora in poi le superficie del tipo già trovato, supponiamo però ora che la F rappresenti qualche equazione (lineare alle derivate parziali) del terz' ordine. Dico anzitutto che uno S_5 osculatore e uno S_ω 3-tangente di F generici stanno in un S_{11} (non possono stare in uno spazio meno ampio, che, per un motivo già indicato, verrebbe a contenere tutta F). Infatti, in virtù di una osservazione dianzi fatta, si ha $\omega = 7$, oppure $\omega = 8$. Per $\omega = 7$, basta osservare che due almeno fra i tre primi membri delle (7), (7_1), (7_2) sono ora linearmente indipendenti, e che perciò uno S_5 osculatore generico di F ha in comune una retta almeno con un S_7 3-tangente generico. Per $\omega = 8$, se i tre primi membri di quelle relazioni sono linearmente indipendenti, si conclude subito analogamente. Se no, facciamo di quelle tre equazioni quella combinazione lineare in cui i coefficienti del primo membro vengono ad annullarsi tutti quanti: essa conduce a un' equazione del terz' ordine rappresentata dalla F, la cui forma cubica binaria associata (relativa ai valori $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$ delle coordinate curvilinee) contiene il fattore quadratico

$$b_{11}\theta_1^2 + b_{12}\theta_1\theta_2 + b_{22}\theta_2^2 \tag{8}$$

(dove, com' è chiaro, si chiamano θ_1, θ_2 le variabili omogenee delle forme cubiche associate alle equazioni del terz' ordine rappresentate da F). Ora, come sappiamo, la forma (8) varia in modo essenziale colla coppia di variabili τ_1, τ_2 (di cui sono funzioni i suoi

coefficienti): lo stesso vale dunque per l'equazione del terz'ordine trovata. Ma ciò è contradditorio coll'attuale ipotesi $\omega = 8$.

Introduciamo ora la varietà H generata dagli S_8 congiungenti i singoli piani tangenti ai singoli S_5 osculatori di F. Mediante considerazioni del tutto analoghe a quelle del n.° 2, si trova che la sua dimensione h è (sempre) uguale a quella dello spazio che contiene due piani tangenti generici infinitamente vicini e due S_5 osculatori generici infinitamente vicini di F. I primi tre fra questi spazi individuano ora uno S_{10}, che non può contenere anche il quarto (se no sarebbe $r = 10$); quindi $h \geq 11$, e allora l'osservazione enunciata al principio del capoverso precedente mostra che $h = 11$; inoltre la H_{11} risulta toccata da un medesimo S_{11} in tutti i punti generici di un suo S_8 generatore, e precisamente dallo S_{11} $[P]_5[Q]_\omega$ [25]) lungo lo S_8 $\pi[Q]_5$. D'altra parte, proiettiamo la F (su uno spazio conveniente) una volta da un suo S_ω 3-tangente generico, e una volta da un suo S_5 osculatore generico. La prima volta si ottiene, dipendentemente dal valore di ω, una superficie sviluppabile oppure una linea; la seconda volta si ottiene una superficie i cui spazi 3-tangenti sono degli S_5 (senza che essa stia in uno S_5) cioè [26]) una superficie luogo di ∞^1 linee in altrettanti piani di una sviluppabile ordinaria, e perciò tale da avere solamente ∞^1 S_5 3-tangenti. Da tutto ciò risulta che, presi su F due punti generici P, Q, lo S_{11} $[P]_5[Q]_\omega$ contiene gli S_5 osculatori di F nei singoli punti di una linea passante per P e gli S_ω 3-tangenti nei singoli punti di una linea (Q) passante per Q. Donde si trae — cfr. il n.° 6 — che la H_{11} ha ∞^2 S_{11} tangenti, che lo S_9 di contatto di uno di questi contiene gli S_5 osculatori di F nei punti di una linea (Q), che le linee (Q) sono complessivamente solo ∞^1, e che la dimensione dello spazio 3-tangente a F lungo una linea (Q) è ≤ 8, e perciò *sette* oppure *otto*. D'altra parte lo spazio osculatore lungo una tale linea ha almeno dimensione *sei*, perchè se no ne seguirebbe $\omega < 7$ e perciò nella prima alternativa proprio uguale a *sei*, donde segue subito che in tal caso la F è luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_4 di una sviluppabile che (dovendo i suoi S_7 incontrare in rette gli S_5 osculatori di F) risulta dotata di un piano fisso. Nella seconda alternativa

---

[25]) Conformemente alla notazione già adottata per gli S_5 osculatori, indichiamo con $[Q]_\omega$ lo S_ω 3-tangente alla F in un suo punto Q.

[26]) Cfr. Bompiani: *Determinazione delle superficie integrali d'un sistema di equazioni a derivate parziali lineari ed omogenee*, Rend. del R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere, vol. LII (1919), v. il Cap. I § 3.

il piano in cui uno spazio $[P]_5$ è segato dai vari S_8 3-tangenti lungo le varie linee (Q) non dipende che da P, in quanto due consecutivi fra quegli S_8 stanno al massimo in uno S_{10} (4-tangente a F lungo una linea (Q)), che non può aver comune con $[P]_5$ se non un piano Se quello spazio 4-tangente è uno S_9 (non può essere meno ampio) discende subito che la F è luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_5 di una sviluppabile ordinaria, che (dovendo i suoi S_8 essere incontrati in piani dagli S_5 osculatori di F) è dotata di uno S_4 fisso. Resterebbe l'ipotesi che quello spazio 4-tangente abbia dimensione *dieci,* ma allora lo spazio osculatore lungo una linea (Q) sarebbe proprio uno S_6 incontrato da ogni $[P]_5$ in un piano dipendente unicamente da P, ma non dalla linea (Q); tutti questi S_6 avrebbero dunque in comune uno S_i incontrato in piani dagli S_5 osculatori di F, cosicchè sarebbe $i \geq 4$ (altrimenti due fra questi S_5 s'incontrerebbero in più di un punto), ciò che si manifesta subito assurdo.

Non ci resta ormai a trattare se non il caso di una superficie F che non rappresenti nessuna equazione del terzo ordine. Allora i primi membri delle (7), (7_1), (7_2) sono certo linearmente indipendenti, e perciò uno S_5 osculatore e uno S_9 3-tangente generici di F hanno in comune un piano (ma non uno spazio più ampio), e stanno quindi in uno S_{12}. Di quì [27]), proiettando la F da uno S_9 3-tangente su uno S_{r-10}, si trae la conclusione che, preso su F un punto generico Q, F si può riguardare come luogo di ∞^1 linee $\{P\}$ giacenti in altrettanti S_{10} per $[Q]_9$, e che uno S_{12} $[P]_5[Q]_9$ contiene gli S_5 osculatori a F nei punti di una linea $\{P\}$ passante per P. Questi S_{12} sono dunque ∞^2, oppure ∞^3.

Se gli S_{12} del tipo $[P]_5[Q]_9$ sono ∞^2, procedendo come al secondo capoverso del n.° 5 (o al n° 4), si trova che F è luogo di ∞^1 linee (Q), tali che quattro consecutive stanno in uno S_9. Allora tre consecutive di esse stanno in uno S_8 (ma non in uno spazio meno ampio, se no sarebbe $\omega < 9$), e perciò le linee (Q) sono situate rispettivamente in ∞^1 S_6 di una sviluppabile, che risulta poi dotata di uno spazio fisso incidente a ogni piano tangente di F, cioè (poichè questa superficie non rappresenta equazioni del terz'ordine) di uno S_5 fisso. Rappresentiamo allora analiticamente la F secondo la prima formola del n.° 3 (facendo $p = 5$), e scriviamo che gli S_5 osculatori di F

---

[27]) Il procedimento che segue si svolge secondo la medesima linea generale di quello del n.° 5. Perciò, nella dimostrazione, sorvoliamo sui punti che trovano riscontro in quel n.°, sviluppando invece completamente quei punti che risultano nuovi.

rispettivamente nei punti (τ_1, τ_2) e $(\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2)$ sono incidenti. Avuto riguardo al fatto che i punti $a_0, \ldots a_5, u, u^{(1)}, u^{(11)}, \bar{u}, \bar{u}^{(1)}, \bar{u}^{(11)}$, sono linearmente indipendenti (poichè se no lo S_5 fisso starebbe colla linea luogo del punto $u(\tau_1)$ in uno spazio di dimensione ≤ 10, cui apparterrebbe anche la F), si deduce che sono legati linearmente i punti $x^{(2)}, x^{(12)}, x^{(22)}, \bar{x}^{(2)}, \bar{x}^{(12)}, \bar{x}^{(22)}$, e che perciò la superficie che è luogo del punto $x^{(2)}(\tau_1, \tau_2)$ al variare di τ_1, τ_2 (la quale non può degenerare in una curva) ha piani tangenti mutuamente incidenti in un punto (e non più). Ora questa superficie non può appartenere a uno S_4, perchè il punto $x^{(2)}$ sarebbe legato linearmente ai suoi derivati primi e secondi, e la F verrebbe a rappresentare un' equazione del terz' ordine: dunque essa è una superficie di Veronese. Troviamo dunque che in questo caso la F è luogo di ∞^1 linee in altrettanti S_6 per uno S_5 fisso, colla condizione che le tangenti a quelle linee incontrino lo S_5 fisso in punti appartenenti a una medesima superficie di Veronese (ma non tutti appartenenti a una curva di questa superficie, per evitare che la F rappresenti un' equazione di Laplace).

Supponiamo infine che gli S_{12} del tipo $[P]_5[Q]_9$ siano ∞^3. Se riprendiamo la varietà H già introdotta, si verifica subito che essa ha attualmente dimensione *dodici,* ed è toccata da uno stesso S_{12}, $[P]_5[Q]_9$, in tutti i punti generici di un suo S_8 generatore $\pi[Q]_5$. Lo spazio di contatto di uno di questi S_{12} è dunque uno S_9, donde segue che le linee $\{P\}$ non possono essere ∞^1 [28]). Ed esse non possono essere più di ∞^2, perchè se no tre S_5 osculatori generici di F starebbero al massimo in uno S_{12}, cioè ogni S_5 osculatore di F incontrerebbe almeno in uno S_3 lo S_{10} congiungente due S_5 fissati fra essi, ciò che contraddice al Lemma del n.° 1. Le linee $\{P\}$ sono dunque ∞^2, e le ∞^1 che passano per un punto generico di F hanno ivi tangenti distinte.

La F possiede dunque ∞^2 linee (rami) Σ — facenti parte delle linee $\{P\}$ — tali che lo spazio tangente a F lungo ciascuno di essi sta in ∞^1 S_9 distinti, ed è perciò al massimo uno S_8, quindi proprio uno S_8, perchè se no, presi due punti generici di F, siano P e Q,

---

[28]) Infatti, se esse fossero ∞^1, lo spazio tangente a F lungo una di esse, stando in un S_9 con ogni S_5 osculatore di F, sarebbe (per il Lemma del n.° 1) uno S_i con $i \leq 6$ (ma ≥ 4 perchè F non rappresenta equazioni del terz' ordine), e, per un motivo analogo, lo spazio osculatore sarebbe uno S_8. Ora, per $i = 6$, due S_6 consecutivi dovrebbero (ancora per quel

gli S_4 congiungenti rispettivamente i piani tangenti a F in P e Q coi piani tangenti nei punti che ad essi sono infinitamente vicini sulla linea Σ passante per P, Q, si incontrerebbero almeno in una retta, che sarebbe pure comune a $[P]_5$, $[Q]_5$. E lo spazio che oscula F lungo una linea Σ sta in ∞^1 S_{12} distinti, ed è perciò uno S_{11}, oppure uno S_{10} (non uno spazio meno ampio, perchè due S_5 osculatori generici di F risulterebbero allora incidenti in più di un punto). Ma la seconda alternativa va esclusa, perchè con un ragionamento del tutto analogo a quello del n.° 7, terzo capoverso (ora semplificato perchè si suppone $\omega = 9$) porta a concludere $r \leq 12$.

Orbene, si proietti la F su uno S_{r-6} da uno spazio $[P]_5$ osculatore generico: la proiezione è una superficie F' rappresentante una (sola) equazione di Laplace e tale che, in virtù di quanto precede, lungo ogni linea Σ' proiezione di una linea Σ passante per P, è toccata [29]) e osculata rispettivamente da uno S_3 e da uno S_5. La prima proprietà porta a concludere che F' è rigata oppure luogo di ∞^1 linee piane (non rette) in altrettanti piani di una sviluppabile, e la seconda porta a escludere la seconda eventualità. Quindi, tornando a F, si trova che ogni linea Σ sta in uno S_7 collo S_5 osculatore a F in un punto generico di quella linea. Perciò, lo spazio cui appartiene una linea Σ generica non può avere dimensione $i > 4$, giacchè in tal caso esso sarebbe segato dagli S_5 osculatori di F in due punti generici di quella linea secondo due S_{i-2}, i quali si segherebbero alla loro volta almeno secondo uno S_{i-4}, cioè due S_5 osculatori generici di F avrebbero più di un punto in comune. E poichè sappiamo già che $i \geq 4$, concludiamo che $i = 4$.

Ricorriamo ancora, per l'ultima volta, a una proiezione della F, e precisamente, proiettiamola dallo S_4 σ di una linea Σ su uno S_{r-5}

Lemma) essere incontrati da ogni S_5 osculatore di F in uno stesso piano, e perciò tutti quegli S_6 avrebbero in comune almeno uno S_4, ciò che si verifica subito essere assurdo: Se invece $i = 5$, gli S_5 tangenti a F lungo due linee $\{P\}$ consecutive incontrerebbero uno S_5 osculatore secondo due rette incidenti, e perciò lo spazio di intersezione di quei due S_5, che sarebbe necessariamente un piano, incontrerebbe ogni S_5 osculatore di F. E di qui seguirebbe (si pensi alla proiezione di F eseguita da uno di questi piani su uno S_{r-3}) che F rappresenterebbe qualche equazione del terz'ordine, oppure che i suoi S_9 3-tangenti conterrebbero tutti quei piani e perciò tutta F.

[29]) Si osservi che lo S_8 tangente a F lungo una linea Σ generica per P non contiene $[P]_5$ — se no F risolverebbe il problema d_1) —, ma sta con questo spazio in uno S_9.

generico: la proiezione è ora una superficie F' [30]) appartenente almeno a uno S_8, dotata di ∞^2 linee Σ' (rami) appartenenti, ciascuna, al massimo a uno S_3, dunque proprio a uno S_3 (e le linee Σ' sono C^3 sghembe). Donde intanto segue che gli S_4 di due linee Σ generiche, e perciò anche due linee Σ generiche si tagliano in un solo punto. Inoltre, le linee Σ' sono proiezioni semplici (e non multiple) delle linee Σ di F: invero, se così non fosse, preso un punto generico di F fuori di σ, sia A, lo S_5 σA dovrebbe contenere ulteriormente qualche punto di ognuna delle ∞^1 linee Σ passanti per A: ora un tale punto non potrebbe essere lo stesso per tutte le ∞^1 linee Σ per A (se no, avuto riguardo al modo con cui si comportano le Σ' su F', ne scenderebbe che la retta congiungente A con quel punto si appoggerebbe allo S_4 di ogni linea Σ, e F starebbe [31]) nello S_8 determinato da due fra questi S_4), mentre nell'ipotesi opposta lo S_5 proiettante σA conterrebbe una linea di F, la quale non potrebbe essere fissa al variare di A (ciò che importerebbe essere fisso quello S_5 proiettante), ma nemmeno variabile perchè F' si ridurrebbe a una linea. E tutto ciò, avuto riguardo al fatto che le linee Σ sono algebriche [32]), prova che esse sono C^4 di S_4, costituenti un sistema omaloidico, e che F è una superficie di S_{14} o di S_{13}, algebrica razionale rappresentabile su un piano con un sistema lineare ∞^{14} o ∞^{13} di curve di quart' ordine.

Con una immediata inversione dei vari risultati stabiliti in questo n.°, concludiamo che *le superficie appartenenti a* S_r *con* $r \geq 13$ *che risolvono il problema* d_3) *sono*:

le superficie [33]) *situate su un cono proiettante da un punto una superficie di* S_{r-1} *rappresentante una (sola) equazione di Laplace, senza che esse rappresentino alcuna equazione di Laplace;*

---

[30]) Se essa si riducesse a una linea, F sarebbe luogo di linee in S_5 per uno S_4 fisso e rappresenterebbe delle equazioni del terz' ordine.

[31]) Si tenga presente che gli ∞^2 S_4 delle linee Σ non passano per un medesimo punto.

[32]) Ciò si verifica p. es. così: lo S_4 di una linea Σ è incontrato da *ciascuno* degli analoghi S_4 infinitamente vicini in un punto solo (perchè lungo ogni linea Σ la F è toccata da uno S_8 ma non da uno spazio meno ampio); perciò la varietà focale di quello S_4 (entro la ∞^2 degli S_4 delle linee Σ) è una linea — di cui fa parte Σ — che, mediante una rappresentazione analitica degli ∞^2 S_4 considerati affatto analoga a quella adoperata nella *Osservazione* del § 1 di (T), si trova essere algebrica.

[33]) Sottintendiamo naturalmente, qui e in seguito, che si tratti di superficie degli spazi considerati.

le superficie luoghi di ∞^1 *linee giacenti in altrettanti* S_4 [34]) *di una sviluppabile con piano fisso, purchè non rappresentino equazioni di Laplace* (v. il n.° 3);

le superficie luoghi di ∞^1 *linee giacenti in altrettanti* S_5 [34]) *per un* S_4 *fisso, salvo la stessa limitazione* (v. ancora il n.° 3);

le superficie luoghi di ∞^1 *linee in altrettanti* S_6 *per uno* S_5 *fisso, colla condizione che le tangenti a quelle linee incontrino lo* S_5 *fisso in punti appartenenti a una medesima superficie di Veronese (ma non tutti giacenti su una curva* [35])*);*

e infine le superficie di S_{14} *o di* S_{13} *algebriche razionali rappresentabili su un piano con un sistema lineare* ∞^{14} *o* ∞^{13} *di curve del quart' ordine.*

Presentata alla Società il 19 dicembre 1921.

---

[34]) Ma eventualmente appartenenti a spazi di dimensione minore, purchè > 1.

[35]) È chiaro che queste superficie si ottengono in questo modo: si parta da una superficie di Veronese Φ, e si segni su essa una ∞^1 di linee. Poi si tracci, entro uno S_6 condotto per lo S_5 di Φ, in modo arbitrario in corrispondenza di una di quelle ∞^1 linee, sia λ, una curva arbitraria Λ le cui tangenti si appoggino a λ. Al variare di λ, Λ descrive la superficie richiesta.

EDOARDO ZAVATTARI

È l'ipergamesi un fenomeno frequente negli insetti?

È noto ormai da lunghissimo tempo che in tutti gli animali soltanto una piccola quantità degli elementi sessuali maschili viene impiegata nella fecondazione delle uova e che la quantità maggiore di essi non giunge invece in contatto con l'elemento femminile ed è quindi necessariamente destinata ad andare distrutta.

Se non che (a prescindere da quegli elementi che sono già distrutti nel corpo del maschio), mentre in molti casi gli spermatozoi che non ànno raggiunto l'ovulo vengono effettivamente dispersi, in molti altri invece gli spermatozoi immessi negli organi femminili e non cooperanti alla generazione vengono eliminati per opera di elementi, i quali si incaricano di disgregarli, allontanarli dalla loro sede e versarne i reliquati all'esterno. Dato un tale procedimento non è quindi affatto escluso che una certa parte del materiale così assorbito ed elaborato non possa essere ugualmente impiegato come sostanza nutritizia ed usufruito in tal modo dall'organismo femminile.

Cognetti de Martiis [1]), non è guari molti anni, ci à dato un quadro pressochè completo dei fenomeni noti riguardo alla distruzione fisiologica dei prodotti sessuali maschili, ma mentre egli si è prevalentemente soffermato sui processi di degenerazione e di distruzione che si compiono all'interno delle gonadi e degli organi genitali maschili, si è invece limitato a brevi cenni per quanto si riferisce al destino che subiscono le masse di spermatozoi non impiegati nella fecondazione e rimasti all'interno degli organi ge-

[1]) L. Cognetti de Martiis, *Ricerche sulla distruzione fisiologica dei prodotti sessuali maschili.* « Memorie d. R. Accademia Scienze Torino » Ser. sec. Tom. LXI, 1911, p. 293 - 354.

nitali femminili, e solo nelle conclusioni affaccia l'opinione che « la considerazione fatta da Königstein [1]) per gli spermatozoi umani non eiaculati, che « wahrscheinlich..... haben in Form ihrer resorbirten Abbauproducte im Stoffwechsel noch eine Aufgabe zu erfüllen » possa estendersi anche ad altri casi e forse generalizzarsi, riferendola non soltanto agli spermatozoi non emessi dall'individuo produttore, ma anche a quelli ricevuti durante la copula (p. 340) ».

Ora caso tipico, e non ricordato dal Cognetti, dell'impiego da parte della femmina degli spermii non usufruiti per la fecondazione, come materiale nutritizio è appunto quello descritto da Berlese [2]) venticinque anni or sono in alcuni eterotteri e denominato fenomeno dell'ipergamesi.

In base alle sue ricerche Berlese sarebbe infatti venuto alla conclusione che « la grande massa degli spermatozoi non concorre all'opera di riproduzione, ma si disfà nel corpo delle femmine mercè speciali disposizioni, e si trasforma in una poltiglia destinata alla nutrizione della femmina stessa, nel tempo in cui essa à bisogno di molto nutrimento azotato per la formazione delle uova [3]) ».

Le osservazioni di Berlese compiute sulla cimice dei letti (*Cimex lectularius* L.) e su alcuni scutelleridi (*Graphosoma, Pentatoma, Pyrrhochoris*, ecc.) possono, per quanto ora particolarmente ci interessa, essere brevemente riassunte nel modo seguente:

Nella cimice dei letti (conf. Berlese, op. cit. Memoria I, Tav. XII, fig. 1) l'apparato riproduttore femminile risulta costituito di un paio di ovari che mediante due ovidotti si aprono nella vagina, e di due spermateche aprentesi esse pure nella vagina, delle quali quella di destra è molto più grande di quella di sinistra ed è fornita alla base in corrispondenza della inserzione del suo dotto sulla vagina di un piccolo foro, per mezzo del quale comunica con la cavità del corpo. Accanto ed anteriormente alla spermateca di destra, ma completamente da essa indipendente, sta un organo speciale: la borsa di Berlese, che riposa sulla ghiandola dell'organo di Ribaga, e che si presenta come una massa subsferica, cellulare senza cavità centrale, ravvolta da una esilissima membrana e priva

---

[1]) H. Königstein, *Ueber das Schicksal der nicht-ejakulirten Spermatozoen.* « Archiv. f. d. gesammte Physiologie », Bd. 114, 1906, p. 119-215.

[2]) A. Berlese, *Fenomeni che accompagnano la fecondazione in taluni insetti.* Memoria I « Rivista di Patologia vegetale » Vol. VI, 1898, p. 353-368. Memoria II « ibid. » Vol. VII, 1898, p. 1-18.

[3]) A. Berlese. *Gli insetti*, Vol. I, Milano, 1909, p. 955.

di canalicolo escretore o di qualsivoglia altra comunicazione cogli organi circostanti. Secondo Berlese durante la copula una piccola quantità di spermatozoi, che serviranno di poi alla fecondazione, penetra nella spermateca di sinistra, mentre la maggior quantità di essi è immessa in quella di destra; da questa per il forellino sopra ricordato gli spermatozoi fuorescono e passando attraverso alla cavità del corpo raggiungono la borsa di Berlese, entro la quale penetrano e dove subiscono successivamente una serie di processi per cui vengono a poco a poco spappolati e come digeriti.

Il meccanismo col quale si compie quest'ultimo fenomeno è controverso, giacchè Carazzi [1]), che ha ristudiata la questione, nega che gli spermatozoi entrino nelle cellule ameboidi costituenti l'ammasso della borsa di Berlese, come sosteneva quest'ultimo autore e come ribadisce ancora di recente; ma è questione questa che non à qui speciale importanza; ciò che interessa è il fatto constatato da entrambi gli autori, che cioè una grande parte degli spermatozoi penetri nella borsa di Berlese e quivi si disfaccia e subisca una specie di digestione. Berlese ritiene che il materiale che ne risulta sia tosto assorbito dal tessuto adiposo circostante, che i rifiuti siano espulsi per opera dell'organo di Ribaga, e che le sostanze così assorbite vengano dalla femmina usufruite come materiale nutritizio per la maturazione delle uova

Quest'ultima illazione del Berlese non è accolta da Carazzi, il quale aggiunge però « di non sentirsi in grado di fare qualche fondata supposizione » « riguardo al significato che la borsa di Berlese può avere per la fisiologia della cimice, a quale scopo vi penetrino gli spermatozoi e vi subiscano una specie di digestione (p. 346) ».

Una critica, che sarebbe molto grave, dei fatti esposti da Berlese e che verrebbe anzi a capovolgere completamente tutte le osservazioni eseguite tanto da questo ricercatore quanto da Carazzi, muovono Patton e Cragg [2]), ma quanto questi autori sostengono è così nuovo e basato su dati così discutibili, che la critica loro appare veramente molto poco attendibile.

---

[1]) D. Carazzi, *La borsa di Berlese nella cimice dei letti* (*Acanthia lectularia* L.) « Intern. Monatsschrift für Anatomie und Physiologie » B. XIX, 1902, p. 337-346.

[2]) Patton W., Sc. and Cragg F. W. *A textbook of Medical Entomology.* London and Calcutta 1913.

Secondo questi autori (p. 521 e seg.), che ànno compiute le loro ricerche su *Cimex rotundatus* Sign. non su *C. lectularius* L., nell'accoppiamento il maschio introduce il pene non già nella vulva ma nell'incisione presente sull'orlo posteriore del quarto sternite e che corrisponde all'organo di Ribaga e sul quale è collocata, come è già stato detto, la borsa di Berlese; conseguentemente gli spermatozoi sono immessi dapprima nella borsa di Berlese, poi da questa quasi per diapedesi, escono e si accumulano in grosse masse in vicinanza degli ovidotti, infine passando attraverso le pareti dell'ovidotto raggiungono le uova da fecondare.

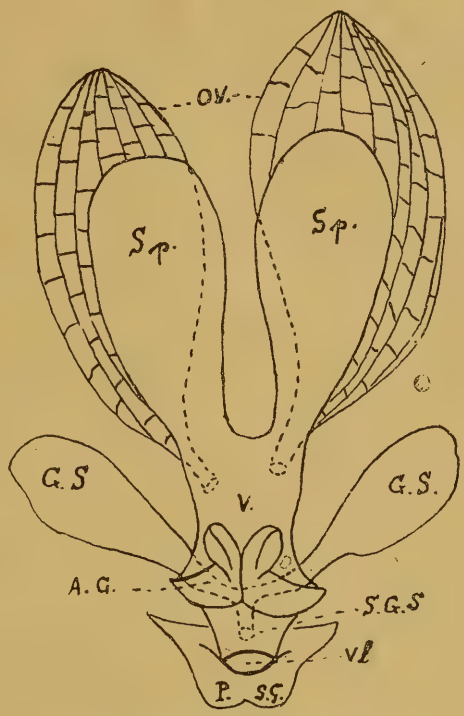
Si avrebbe quindi un procedimento perfettamente inverso da quello descritto da Berlese; ma la descrizione data da Patton e Cragg non è in verità molto convincente. Infatti pur non avendo trovata una comunicazione fra il dotto dell'organo di Ribaga e l'interno della borsa di Berlese essi opinano che « there is strong reason to believe that it exists », poi sostengono che non esistono spermateche e che le spermateche descritte da Berlese non sono che ammassi di spermatozoi fuorusciti dalla borsa ed accollati all'ovidotto, infine dichiarano di non avere potuto « by killing the pair in copula » fornire la prova errefragabile che « the male organ is actually introduced into the opening of Berlese 's organ ». Dinnanzi quindi ad una serie di fatti così eccezionali è veramente lecito dubitare delle asserzioni dei due sopracitati autori; è perciò più conveniente non tenerne alcun conto, ma basarsi invece sulle osservazioni di Berlese e di Carazzi.

Negli scutelleridi (*Graphosoma lineatum* L.) l'apparato riproduttore femminile (Conf. Berlese, op. cit. Memoria II, Tav. II, fig. 2) è costituito da due ovari simmetrici confluenti in un ovidotto comune, nel quale si apre l'unica spermateca. Questa spermateca (Tav. III, figg. 11, 12) è voluminosa, tondeggiante, e presenta una doppia duplicatura, di guisa che vengono a delimitarsi due cavità concentriche, una periferica più grande, una centrale più piccola ridotta anzi ad un sottile canalicolo che porta all'apice una piccola vescicola, che rappresenterebbe il fondo della spermateca quando questa non avesse la doppia duplicatura e fosse totalmente distesa. Nella cavità minore, la vera spermateca, si raccoglie durante la copula una piccola quantità di sperma puro e destinato alla fecondazione, nella cavità maggiore penetrano molto secreto delle ghiandole accessorie del maschio e moltissimi spermatozoi, che vengono tosto spappolati, ed il materiale risultante da una tale disgregazione è attraverso le pareti della vescicola progressivamente assorbito.

Quindi riassumendo, secondo Berlese, sia nella borsa della cimice, sia nella duplicatura esterna della spermateca degli scutelleridi à luogo un fenomeno di spappolamento e di digestione di una grande massa di spermatozoi, e la sostanza risultante è di poi impiegata dalla femmina come materiale nutritizio per la maturazione delle uova.

Non mi risulta che per altri insetti siano state descritte disposizioni similari, nè siano stati riscontrati analoghi fenomeni.

Nel condurre recentemente alcune ricerche morfologiche su di un piccolo dittero: *Telmatoscopus meridionalis* Eaton (*Diptera: Orthorapha nematocera:* Fam. *Psychodidae*) [1]) ò potuto mettere in evidenza alcune particolarità dell' apparato riproduttore femminile, che mi ànno condotto a supporre che anche in questa forma si compiono fenomeni paragonabili a quelli sopra citati.



Schema dell' apparato riproduttore femminile di *Telmatoscopus meridionalis* Eaton.
ov. ovari; sp. spermateche; v. vagina; A. C. armatura chitinosa; vl. vulva; P. S. G. piastra subgenitale; G. S. ghiandole sebifiche; S. G. S. sbocco delle ghiandole sebifiche.

L'apparato riproduttore della femmina del *Telmatoscopus meridionalis* risulta costituito di due ovari (conf. fig ov.) formati da numerosi ovarioli, simmetrici, sboccanti in due brevi ovidotti che si aprono nella vagina (v.). La vagina, breve, sacciforme, è separata caudalmente dalla vulva (vl.) da una complessa armatura chitinosa (A. C.) costituita da due pezzi simmetrici a clessidra, mossi da un complicato sistema di muscoli e limitanti alcune cavità. A valle dell' armatura chitinosa è lo

[1]) E. Zavattari, *Ricerche morfologiche ed etologiche sullo psicodide:* Telmatoscopus meridionalis *Eaton.* — Redia, Firenze, 1922, (in corso di stampa).

sbocco (s. G. s.) del dotto impari delle due ghiandole sebifiche (G. s.). Sul fondo della vagina si aprono due spermateche un poco piriformi (sp.). Queste spermateche si presentano di volume diverso qualora si consideri una femmina fecondata con uova ancora immature, oppure una femmina con uova mature pronte per essere deposte. Nel primo caso le spermateche sono molto voluminose, rigonfie, cosicchè si insinuano fra gli ovarioli e li allontanano alquanto gli uni dagli altri, e contengono grossi ammassi di spermatozoi aggrovigliati fra di loro, ed una grande quantità di secreto delle ghiandole accessorie del maschio; nel secondo caso, quando cioè le uova sono mature, le spermateche sono invece molto rimpicciolite, ridotte a due piccoli corpicciuoli a pareti afflosciate e con scarso contenuto. Un esame accurato del contenuto delle spermateche mostra molti spermatozoi come disfatti, spappolati, mentre nelle cellule dell'epitelio, che tapezza le spermateche, appaiono numerose granulazioni intensamente colorabili.

Data la struttura e l'aspetto di questo epitelio appare quasi indubbio che in questo caso à luogo un processo di assorbimento dei prodotti di disfacimento degli spermatozoi e del secreto delle ghiandole accessorie, e che si attua un fenomeno del tutto simile a quello descritto da Berlese negli scutelleridi.

La constatazione poi che allorquando le spermateche sono turgide e prive di prodotti sessuali maschili, le uova sono ancora immature, mentre quando le uova sono pronte per la deposizione le spermateche sono pressochè vuote, prova che la distruzione e l'assorbimento del materiale contenuto nelle spermateche procede parallelamente all'accrescimento ed alla maturazione delle uova; è lecito quindi supporre un nesso fra i due fenomeni e pensare che le sostanze assorbite vengano impiegate come materiale nutritizio, fatto tanto più verosimile quando si ricordi, com'io ò potuto constatare durante le mie ricerche, che i *Telmatoscopus* allo stato di imagine non prendono alimento.

Non è quì il luogo di entrare in una minuta descrizione della struttura istologica delle pareti della spermateca, nè discutere le modalità del processo di assorbimento; di queste questioni mi propongo di trattare in un ulteriore lavoro, non appena mi sarà stato possibile raccogliere materiale di altre specie che mi interessa di esaminare; per ora volevo soltanto richiamare l'attenzione sul reperto, sia perchè risulta come fatto non ancora conosciuto nei ditteri, sia perchè molto probabilmente serve a chiarire il così detto accoppiamento precoce riscontrato in altri ditteri e di cui

non è stata ancora data una spiegazione soddisfacente. Mik [1]) à potuto infatti constatare che in alcuni limnobidi (*Cylindrotoma distinctissima* M., *Dicranomyia trinotata* M., *Trocholoba caesarea* O. S.) i maschi si accoppiano con femmine ancora immature, appena uscite dalla spoglia ninfale, mentre poi la deposizione delle uova à luogo molto tempo più innanzi; e nel riferire le sue osservazioni Mik à fatto giustamente rilevare che la constatazione di tale precoce accoppiamento acquista un particolare significato, in quanto toglie il dubbio che ci si trovi in presenza di forme partenogenetiche, come potrebbe far supporre il fatto che all' epoca della deposizione delle uova non si rinvengono che sole femmine, giacchè i maschi, data la proterandria, sono ormai totalmente scomparsi.

Giard [2]) ha constatato un fenomeno analogo in *Tipula rufina* M. e dopo aver ricordate le osservazioni di Mik riguardo ad una falsa apparenza di partenogenesi, aggiunge: « Mais ces faits ont encore une signification plus importante. Ils peuvent expliquer dans une certaine mesure l' origine de la progénèse et des formes néoténiques chez les femelles de certains Insectes ».

Ora se il fatto da me posto in evidenza nel *Telmatoscopus* venisse parimenti riscontrato nei Tipulidi ed in altre forme proteroandre (devo ricordare che il numero dei maschi di *Telmatoscopus* era sempre assai più scarso di quello delle femmine), noi avremmo acquisito un elemento non per certo trascurabile per interpretare il fenomeno dell' accoppiamento precoce e quindi, almeno per questi casi, anche quello della proterandria, inquantochè dato che una grossa parte dei prodotti seminali maschili viene impiegata come materiale nutritizio dalla femmina per la maturazione delle uova, la necessità di un accoppiamento precoce si rende di per se stessa evidente.

Se non che questa constatazione porterebbe anche ad escludere la possibilità di ricercare nel fatto dell' accoppiamento precoce una spiegazione dell' origine della progenesi e delle forme neoteniche delle femmine di certi insetti secondo quanto opina Giard, giacchè non si tratta in questi casi di progenesi o di neotenia totale, di una forma cioè di riproduzione precoce con uova fecondate, nè tanto meno di neotenia parziale (Giard e Bonnier); infatti all' accoppia-

---

[1]) Jos. Mik, *Eine dipterologische Notiz.* « Entomolg. Nachrichten » XII. Jahrgang. 1886 p. 315-316.

[2]) A. Giard, *Note sur l' accouplement de* Tipula rufina *Meig.* (Dipt.) Bull. Soc. Entg. France » T. LXIV, 1895 p. cxcl.

mento non sussegue tosto la fecondazione e la deposizione delle uova, ma fra l'uno e l'altro atto intercorre un lasso di tempo assai lungo e per di più al momento della copula le uova non sono ancora mature, mentre al tempo della loro deposizione la femmina possiede tutti quanti i caratteri dell'adulto. Siamo quindi in presenza di una forma di riproduzione perfettamente normale, in cui soltanto è stata di molto anticipata la copula in relazione alla necessità di fornire per mezzo dei prodotti seminali maschili una certa quantità di sostanza nutritiva alla femmina, onde possa maturare le uova [1]).

Nel caso del *Telmatoscopus* da me studiato resta ancora da chiarire come avvenga che mentre la maggior parte degli spermatozoi raccolti nelle spermateche viene spappolata, una piccola porzione di essi si conservi in modo da poter fecondare a suo tempo le uova; probabilmente a questo scopo coopera la complessa armatura chitinosa precedentemente descritta, intercalata fra la vagina e la vulva, forse l'armatura permette che una piccola quantità di spermatozoi si raccolga nelle cavità delimitate dai vari pezzi che la costituiscono, e che di quì venga successivamente in contatto con le uova, ma a questo proposito mi mancano dati precisi per poterlo con sicurezza affermare.

Un altro fatto interessante che ò potuto rilevare nelle mie ricerche, è la grande rassomiglianza che presenta la struttura dell'apparato riproduttore maschile di *Graphosoma lineatum* con quello di *Telmatoscopus meridionalis.*

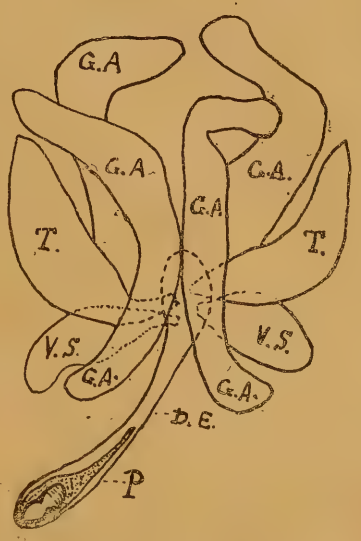
Nel *Graphosoma* (confr. Berlese, op. cit. Mem. II, tav. II, figg. 3, 4) l'apparato riproduttore è costituito da un paio di testicoli aprentisi per mezzo di due lunghi deferenti in una complessa vescicola spermatica, nella quale sboccano tre paia di ghiandole accessorie, di cui due sono costituite da numerosi tuboli che originanti da un ceppo comune si dividono dendriticamente formando un complesso gomitolo, mentre il terzo paio è rappresentato da due grandi borse sacciformi clavate; il secreto è secondo Berlese differente per ogni paio di ghiandole.

---

[1]) Parimenti in alcuni coleotteri è stato riscontrato un accoppiamento precoce; così Henneguy (*Les Insectes*, Paris 1904, p. 643) lo à descritto per un curculionide: *Anthonomus pomorum;* anche in questo caso la copula à luogo mentre le uova sono ancora molto piccole, e molto tempo prima che avvenga la loro deposizione; però il materiale nutritizio per la maturazione delle uova è tratto essenzialmente dal tessuto adiposo, che si riassorbe parallelamente all'accrescimento delle uova.

Nel *Telmatoscopus*, l'apparato riproduttore maschile è costituito: di due testicoli (confr. fig. T.) piriformi aprentisi per mezzo di due brevi deferenti in un'ampolla eiaculatrice, impari mediana, continuantesi nel dotto eiaculatore (D. E.), di due vescicole seminali sacciformi (V. S.), e di tre paia di voluminose ghiandole accessorie (G. A.).

Come si vede il parallelismo fra *Graphosoma* e *Telmatoscopus* è completo, ma sopratutto importante a rilevare si è che in entrambi i casi vi è la presenza di tre paia di voluminose ghiandole accessorie e quindi di un abbondantissimo conseguente secreto; per cui anche questo reperto depone sempre più favorevolmente per una evidente analogia fra i fenomeni che si svolgono nello scutelleride e quelli che si compiono nello psicodide.



Schema dell' apparato riproduttore maschile di *Telmatoscopus meridionalis*.

T. testicoli; V. S. vescicole seminali; G. A. ghiandole accessorie; D. E. dotto eiaculatore; P. pene.

Constatazione questa che porta conseguentemente ad una considerazione di indole più generale e di notevole importanza e che cioè in due gruppi parecchio distanti fra di loro si attua uno stesso processo, pur così peculiare, con mezzi pressochè uguali. Risulta quindi sempre più manifesto che la possibilità di variazione nei vari gruppi è di molto limitata, di modo che non di rado avviene che in gruppi tuttavia distanti fra di loro si raggiungano gli stessi scopi con gli stessi mezzi; onde anzichè parlare in questi casi di fenomeni di convergenza noi dobbiamo pensare piuttosto a fenomeni di parallelismo, a fenomeni quindi che si appalesano ineluttabilmente in qualsiasi gruppo, in quanto che a priori è già implicita in essi la potenzialità e la necessità di raggiungere indipendentemente da ogni altro intervento una ben determinata struttura.

Come ò detto precedentemente, è mio intendimento in un ulteriore lavoro di descrivere con precisione la fine struttura delle spermateche del *Telmatoscopus*, di investigare il meccanismo di disfacimento degli spermi entro di esse, e di estendere le mie ricerche su altri

psicodidi e su altri ditteri, particolarmente sulle stesse forme o su forme affini a quelle osservate da Mik e da Giard, per riscontrare se l'ipotesi da me affacciata corrisponda al vero; in questa breve nota io mi proponevo soltanto di richiamare l'attenzione su di un fenomeno, di cui ben pochi si sono occupati, e che si riallaccia a molti fatti consimili messi in evidenza in quasi tutti i gruppi animali, per venire sempre più a dimostrare « l'utile che l'individuo può in certi casi ricavare dai prodotti seminali non utilizzati od inservibili per la fecondazione, in quanto se ne serve, spesso previa elaborazione da parte di speciali cellule, o per la nutrizione di altri elementi sessuali maschili o femminili, ovvero per riversarne i derivati nei liquidi circolanti. (Cognetti op. cit. p. 340) ».

Modena. Istituto di Zoologia e di Anatomia Comparata della R. Università
Dicembre 1921.

Sopra alcuni notevoli cristalli di magnetite di Traversella (Piemonte).

Nota del Socio Dott. LUIGI COLOMBA

Sebbene la magnetite costituisca uno dei minerali più diffusi ed importanti dei giacimenti di Traversella, tuttavia i suoi cristalli non sono mai dal lato cristallografico molto interessanti, per quanto possano talvolta assumere, come avviene nel giacimento di Castiglione, dimensioni molto grandi, non mancando quelli alti 15 o 20 centimetri.

In essi infatti, se si eccettuano la (111) e la (110) che sono quasi sempre contemporaneamente presenti e colla loro relativa prevalenza determinano il tipo complessivo dei cristalli e la (100), però molto poco frequente, l'unica forma veramente degna di essere menzionata è la (321) determinata da G. Struever [1]) in alcuni esemplari provenienti dal giacimento di Riondello, il quale, come è noto, rappresenta fra i giacimenti di Traversella quello che ha la massima ampiezza e la massima importanza per la complessità dei fenomeni di metamorfismo e di contatto che in esso si osservano.

Oltre a queste forme si possono ancora citare la (211), rappresentata da leggere ed irregolari curvature sugli spigoli della (110), ed un tetracisesaedro del tutto indeterminabile da me notato sotto forma di minutissime faccettine incavate o rugose su alcuni cristalli ad abito ottaedrico provenienti da Riondello.

I cristalli a cui si riferiscono queste mie brevi osservazioni derivano da alcuni degli esemplari in cui essi sono appunto caratterizzati dalla presenza della (321) e gli speciali caratteri che ho in essi notato sono in diretta relazione colla presenza di detta ultima forma, laddove si hanno le caratteristiche alternanze di

---

[1]) G. Struever: Note mineralogiche. — *Atti della R. Acc. delle Scien. di Torino; adunanza del 6 Aprile 1871.*

strati di magnetite e di carbonati dotati di composizioni chimiche molto variabili fra le calcite, la dolomite e la siderite.

Separando da questi esemplari gli strati di magnetite, è facile di osservare che i cristalli di detto minerale presentano differenze notevolissime a seconda che provengono dalla superficie superiore od inferiore degli strati stessi, per quanto riguarda il loro tipo complessivo e le loro forme. Sulla superficie superiore degli strati, dove essi sono associati a minute laminette di clorite, i cristalli di magnetite mostrano con assoluta prevalenza nelle loro parti emergenti il tipo ottaedrico, comparendo solo la (110) sotto forma di facce lineari. Essi, però, invece di presentarsi in cristalli ben definiti e ad accrescimento regolare, hanno generalmente l'aspetto di aggregati di subindividui ottaedrici, quasi lamellari, addossati gli uni agli altri e decrescenti dall'interno verso l'esterno, in modo da lasciar vedere una distinta tendenza alla comparsa della combinazione (111).(110) ma in modo estremamente irregolare; il che indica evidentemente che la loro formazione ed il loro accrescimento dovettero avvenire molto rapidamente. È poi degno di nota il fatto che talvolta sulle facce triangolari più esterne dei subindividui ottaedrici si osserva la comparsa di terne di spigoli che dal centro vanno ai vertici e che portano alla individualizzazione di vere facce di triacisottaedro, però non mai determinabili con sicurezza mantenendo un evidente carattere di facce vicinali.

Invece sulla superficie inferiore degli strati i cristalli nelle loro parti emergenti mostrano un tipo più complesso, in conseguenza di nuovi depositi di magnetite che venne ad occupare i vuoti esistenti fra i subindividui costituenti gli aggruppamenti irregolari.

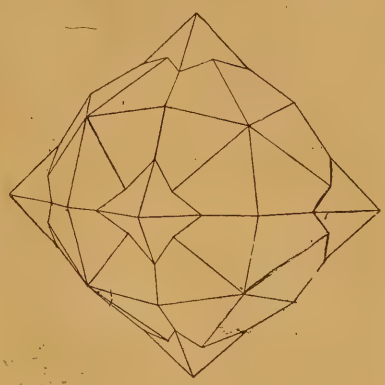
Infatti negli esemplari da me esaminati questa magnetite di nuova formazione, invece di limitarsi a colmare i vuoti accentuando in tal modo la tendenza alla comparsa della combinazione (111).(110), come si osserva in altri esemplari in cui tale combinazione apparisce regolarmente sviluppata, si è depositata in modo da determinare la comparsa della (321).

In generale questa forma non apparisce nettamente definita nei cristalli in cui il deposito fu solo parziale; infatti in tali casi si nota che la magnetite di nuova formazione si limita a comparire sotto forma di un deposito a superficie curva su cui sono appena segnati gli spigoli della (321) e che venne a depositarsi sulle parti più esterne rispetto agll strati dei detti gruppi, per modo che non è raro il caso di vedere ad emergere, da detta sostanza di nuova formazione, i vertici corrispondenti ai subindividui ottaedrici; questi

vertici, poi se in alcuni casi coincidono con i vertici principali della imperfetta ed incompleta (321), in altri casi invece escono da punti qualunque, come appunto avviene quando si tratta dei subindividui più esterni e quindi dotati di minori dimensioni.

Fenomeni questi che indicano come anche in questa seconda fase di formazione il deposito della magnetite sia avvenuto molto rapidamente.

Tali caratteri si mantengono anche in quei casi in cui lo riempimento dei vuoti esistenti nei gruppi ottaedrici fu completo; per quanto in tali casi la (321) apparisca molto meglio definita, come si vede nel cristallo riprodotto nella qui unita figura, formato da un esacisottaedro (321) che include un ottaedro di maggiori dimensioni, i cui vertici per conseguenza emergono da quelli della forma includente con perfetto isorientamento.



Si hanno pure rari casi in detti esemplari di cristalli nettamente definiti della combinazione (111). (110). (321). Anche in essi però la prova di accrescimenti posteriori si ha nel fatto che le caratteristiche strie sulle facce della (110) si prolungano anche su quelle della (321).

Dal complesso di queste mie osservazioni si può quindi concludere che negli esemplari esaminati, i quali formano a Traversella un tipo molto frequente, la formazione della magnetite dovette avvenire in due distinte fasi di deposito, ambedue rapide, la prima delle quali fu caratterizzata dalla tendenza alla comparsa di un tipo schiettamente ottaedrico, la seconda invece dalla tendenza alla comparsa della (321) come forma di massimo sviluppo.

Manoscritto presentato il 7 dicembre 1921.

Ultime bozze corrette il 27 gennaio 1922.

Sull'Anidrometilencitrato di Esametilentetrammina.

Nota di G. BIANCHI

L'anidrometilencitrato di esametilentetrammina, noto in terapia sotto il nome di « Elmitolo » o « Urotropina nuova », risponde alla formula chimica: $C_7 H_8 O_7 \cdot (CH_2)_6 N_4$, che esprime l'addizione integrale di una molecola di esametilentetrammina o « Urotropina » con una molecola di acido anidrometilencitrico: $C_7 H_8 O_7$, descritto già nella letteratura chimica e preparato industrialmente con un nuovo processo, di cui s'ignorano i particolari, da Friedr. Bayer et C.° [1]). Di tal prodotto, ormai molto conosciuto e stimato in terapia, sopra tutto come potente antisettico delle vie urinarie, e anche come solvente dell'acido urico e degli urati, tralascio qui, di proposito, per brevità, la minuta descrizione dei caratteri chimici, fisici e fisiologici, che si può trovare nei moderni trattati di materia medica e nei prontuari recenti dei medicamenti nuovi [2]). Debbo però rilevare, per ciò che su tale argomento desidero comunicare, che anche l'« Elmitolo », seguendo la sorte comune delle sostanze coloranti e dei medicamenti sintetici, che prima della grande guerra importavamo dalla Germania, scomparve, per così dire, dal nostro mercato dei prodotti chimici e farmaceutici, negli anni 1916-1917 e seguenti, laddove per contro sempre più insistente se ne faceva la richiesta e ne aumentava progressivamente il prezzo.

Molti Chimici che si occuparono, in quel tempo, in Italia, della preparazione o dell'estrazione da materie prime nostrane, dei mol-

---

[1]) A. Eichengrünn, *Pharm.*, Zeit. 47, pag. 866, (1902).

[2]) C. Craveri, *Fabbricazione dei prodotti chimici organici usati come medicamenti*, pag. 212. Manuale Hoepli, (1917).

— « Medicamenta ». Cooperativa farmaceutica. Guida teorico-pratica per sanitari, Milano (1914).

tissimi prodotti venuti a mancare, causa la cessata importazione dalla Germania, si interessarono allora anche della crisi dell'« Elmitolo » e arrivarono a riprodurlo perfettamente identico a quello smerciato ovunque, con tanto successo, da Bayer. E anch'io fui del numero, avendo accolto l'invito di una nostra Casa produttrice, in armonia all'indirizzo assunto nelle ricerche da questo R. Istituto [1]) durante la grande guerra, e, all'insaputa di quello che altri contemporaneamente stava facendo, sullo stesso argomento, mi occupai dell'interessante questione e arrivai, per mio conto, dopo vari tentativi, a sintetizzare il prezioso medicamento, con un metodo a cui accennerò solo sommariamente, avendo oggi perduta, credo, ogni importanza, e che non so se sia diverso da quello usato da Bayer et C.° [2]) ovvero da altri o da Erba, che certo ha preparato « Elmitolo », durante la guerra, se pure non continua a prepararlo anche adesso.

Orbene io, in sostanza, riuscii a riprodurre l'« Elmitolo » preparando prima l'acido anidrometilencitrico: $C_7 H_8 O_7$ [3]), facendo agire per molte ore alla temperatura del bagnomaria, in tubi chiusi o anche in semplici boccie per riscaldamento sotto pressione, di Lintner o Allihn, soluzioni di Aldeide formica al 40 % circa, con le quantità corrispondenti, calcolate, di acido citrico, in presenza di acido cloridrico concentrato, e facendo poi agire in soluzione alcoolica, a caldo, l'acido in detta maniera ottenuto, purificato per cristallizzazione dall'acqua, sulla esametilentetrammina, provocando così facilmente, per raffreddamento, la precipitazione del sale relativo, pochissimo solubile in alcool, sotto forma di una polvere bianca, cristallina, inodora, di sapore acidulo non sgradevole, decomponibile intorno a 163°, solubile circa in parti sette di acqua, a cui impartiva reazione acida, insolubile in etere, decomponibile

---

[1]) Vedi in proposito la memoria di G. Magnanini, G. Bianchi, e G. A. Venturi, intitolata: *Notizia di esperienze per estrarre industrialmente il bromo dalle acque madri delle Saline marittime durante la guerra.* « Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena », Serie III, Vol. XIII (Sezione Scienze).

[2]) Non c'è da stupirsi se così scrivo, perchè su gran parte dei processi tecnici effettivamente praticati nella grande industria chimica, regna sovrano il mistero, laddove nella Chimica industriale ufficiale e accademica di solito non arrivano altro, e non sempre in tutti i loro vitali particolari, che i processi tecnici in via d'abbandono o di sostituzione.

[3]) Di cui, notisi, allora non ebbi modo di procurarmi qui la letteratura.

lentamente dagli acidi diluiti e facilmente dagli alcali, con conseguente sviluppo di aldeide formica, polvere insomma che in complesso presentava tutti i caratteri chimici e fisici dell'« Elmitolo » di Bayer.

Ma non è in queste notiziole di carattere, diremo così, storico, che deve ricercarsi l'oggetto principale di questa mia breve comunicazione, la quale sopra tutto si propone invece, di recare un modestissimo contributo alla conoscenza delle proprietà chimiche dell'« Elmitolo ».

Ecco pertanto, in breve, il succo di ciò che risulta di nuovo dalle mie ricerche sull'argomento.

Facendo agire, a freddo, del cloro sull'« Elmitolo », in soluzione acquosa, si ottiene un precipitato bianco, cristallino, leggero, che purificato e studiato esattamente come si deve [1]), si rivela per tetracloruro di esametilentetrammina: $(CH_2)_6 N_4 Cl_4$, composto di cui già sospettò l'esistenza H. E. L. Horton [2]), ma che realmente fu descritto per la prima volta da me, che in certe determinate condizioni, l'ottenni purissimo, per l'azione diretta del cloro sull'« Urotropina » [3]).

Anche per l'« Elmitolo », come già per l'« Urotropina », il processo da seguire per l'ottenimento di detto instabile tetracloruro: $(CH_2)_6 N_4 Cl_4$, perfettamente cristallizzato, allo stato di grande purezza, e conservabile, in recipienti chiusi di vetro colorato, tanto da potere essere analizzato con assoluta sicurezza, è il seguente che io fedelmente riassumo dal mio citato lavoro.

Si ottiene detto tetracloruro, nelle migliori condizioni, nel caso in discorso, quantunque sempre con rendimento assai scarso, facendo gorgogliare del cloro attraverso soluzioni acquose di « Elmitolo » al 10 % circa e raffreddate con ghiaccio. Il precipitato bianco, cristallino, leggero, che così si separa galleggiando sul liquido, deve essere, non appena si sia raggiunto il massimo della precipitazione, immediatamente filtrato sotto pressione alla pompa e ben spremuto con spatola; quindi quanto più rapidamente è possibile, asciugato alla meglio per compressione su carta da filtro, e infine, così ancora

---

[1]) G. Bianchi, *Sul tetracloruro di Esametilentetrammina,* « Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena », Serie III, Vol. XIV (Appendice).

[2]) *Berichte* XXI, 1888, pag. 1999. Vedi pure L. Legler, *Berichte* XVIII, 1885, pag. 3350.

[3]) Confr. lavoro mio citato.

umido come lo si è ottenuto, disciolto in etere solforico caldo. La soluzione eterea, filtrata attraverso carta da filtro asciutta, si verserà in un piccolo cristallizzatore. Per raffreddamento e lenta evaporazione dell'etere, la sostanza non tarderà a deporsi ben cristallizzata in aghi bianchi, prismatici, ben sviluppati, che agevolmente potranno essere separati per filtrazione e lavaggio con poco etere freddo, asciugati ben presto all'aria e conservati in recipienti chiusi di vetro colorato. Questi aghi, di fresca preparazione, poco sotto ai 70°, si decompongono con netta deflagrazione e subitaneo sviluppo di cloro, presentando in definitiva, all'analisi: la composizione, e, ad un esame minuto: tutti i caratteri chimici e fisici del tetracloruro di esametilentetrammina: $(CH_2)_6 N_4 Cl_4$, già da me preparato e descritto.

In conclusione, alle molteplici reazioni note dell'« Elmitolo », (il quale, come ho potuto sperimentalmente, tra parentesi, osservare, mentre, com'è naturale, non dà più le reazioni dell'acido citrico, conserva quelle dell'« Urotropina »: ciò che pure non può sorprendere), devesi aggiungere anche questa reazione trovata da me, la quale se anche può presumersi non si renda in pratica effettivamente utile, perchè comune all'« Urotropina », riesce certo, in ogni modo, ed è precisamente a questo che io più tengo, a definire esattamente il modo di comportarsi dell'« Elmitolo » col cloro, che prima di queste ricerche e di quelle mie precedenti sul « Tetracloruro di Esametilentetrammina » non conoscevasi affatto

Febbraio 1922 — Istituto di Chimica Generale.
R. Università, Modena.

ALESSANDRO COSTANTINI

Hypsolophus turatiellus n. sp.

(**Lepidoptera** [Gelechiidæ: *Gelechiinæ*]).

Inter *fasciellus* Hb. et *limosellus* Schlag. est locanda!... Multo major quam *schmidiellus* Heyd.

Expansio alarum: mm. 17-19, ♂ et ♀. — Intense ochracea, fusco-conspersa. Alis anticis longis, angustioribus quam illis *limoselli:* apice non hamato, sed vix acuto; coeterum structuram, magnitudinem, fasciam extramedianam obscuram (excepto punctulaturam) ad illas *fascielli* æmiliani in forma sua æstiva coæquatis.

Alis anticis ad apicem adumbratis atque in area antemarginalem fuscatis; punctis nigris (13 usque ad 15) ornatis, sic distributis:

— majoribus: 2 in plica dorsali circa ad $^1/_3$ alæ longitudinis (ex basi computando) valde appropinquatis et nucleo uno ut macula effusa efformantibus, quorum superiori longitudinaliter lineolatus, inferiori rotundato, vero diffuso — et 2 super venam discoidalem transversam, plerumque tenuiter conjunctis, quorum superiori est majore lene ut macula diffuso, inferiori minore, nitido;

— minoribus: 2 prope basim (sæpius *3* sive 4, tum quando 1-2 minimis additis manent, hic triangulinum vel quadrangulum aut crucem efformantibus), inter se propinquis, circa aream dorsalem secundum linea una obliqua adversum alæ venaturæ cursum positis: superiori crassiusculo, magis a basi remoto — et 2 ad $^1/_3$ alæ longit. (semper ex basi computando) obliquis, in aream discoidalem locatis (et in linea recta [nec obliqua] ex alæ transverso, super illos majores in plicam dorsalem locatis) quorum superiori est majore, inferiori minore extusque dimotus, ambobus nitidis nigris; — adde: 4 (vel 5) circa tornum distalem, in serie ordinata, decrescenti ex apicem, super venas dispositis.

Margo costali ear. alar. anter., sic ut in *limosellus*, ad basim nigro-liturato.

Alis posticis cinarescentibus, in specim. gen. vernalis fuscis, in illis gen. æstiva pallidis. Ciliis paulo obscurioribus.

Specimina generationis vernalis etiam habent vix majore statura (mm. 1 aut 2 in alorum expansio crescunt) et sunt magis obfuscatis.

Apparet imaginem in:

I. gen.: V 26 (Regium Lep. [specim ♂ paule spoliato] Cstri);

II. gen.: VIII (Salic. S. G.: Cstri), 15 (Casalgrande |ad pedem collium regian.|: Fiori), 16 (Casinalbo: Fiori), IX 21 (Regium Lep.: Cstr. [specim. detrito]).

Fiori leg. ex 1893 (♂♀♀); Cstri leg ex 1906 (3 ♂, 1 ♀) — Terræ mutinenses! — Specim um Summa: 4 ♂♂ et 3 ♀♀, descripta et condita.

Clar.mi Comiti Eq. Torq. Aemilio Turatio, Mediolan., dicata.

Regium-Lepidi, 26 julio 1921.

ALESSANDRO COSTANTINI

Novæ aut subnovæ species

Lepidopterorum.

Agrotis lepida m., n. sp.

(*Noctuidæ* [*Trifinæ*]) - Descr. prima.

Crassiore structura quam xanthographa *F., sed alis vero brevioribus, latioribusque: anticis supra intensius obscure-spadiceis: lineis transversis nigris tribus fere ut in* xanthogr. *constituti, sed extrabasali deficiente et submarginali crassiore, intus effluente. Maculis concoloribus: reniformi parte infera adumbrata per cuneo crassiusculo basimversus circa venam submedianam appendiculata; vasculari poster aperta* (haita): *inter ambobus spatio trapezoïdali adumbrato et* ambobus nucleo vasc.-reniformi tenuiter flavo-circumscripto et conjuncto (*sed etiam basaliter supra venam submedianam prolongato*) sicut in *Agrotis rectangulam* F. eodem formantibus.

Alis post. sordide-albidis, magis quam in xanthographam *F. exterius infumatii et puncto discoidali bene distincto.*

Typus: Regium-Lepidi, 14. sept. 1919, ♂. (prope *xanthographam* F. posito: N.° 1216 in coll. m.).

Caradrina turatii m., n. sp. aut nom. n. (*Noctuidæ* [*Trifinæ*]). Cfr. 2. Caradrina alsinides m., n sp. - Euzoph. renulella m., n. sp.

Aglossa guicciardii m., n. sp.

(*Pyralidæ* [*Pyralinæ*]) - Descr. prima.

Minor quam pinguinalis *L.: alis longioribus, angustioribus;* omnino sordide cupreo flava: *non brunneo-grisea. — Signaturis obscuris tenuioribus quam illis supræ dictæ speciei, sed in alis post. linea duplice sinuata valde distincta et in marginem alar. omnium punctis nigris distinctioribus. Area mediana in alis anticis non clariori sed paullo obscuriore et puncto medio nigro ear. alar. extus* **non** *albo-ra-*

diato. — Linea extramediana in alis anticis et posticis magis pandata, ad marginem distalem propiore, quam in pinguinalem, *et erecte* (non oblique) *in costam incipiens.*

Regium Lepidi, 14. VII. 1921 ♀ in coll. m.

*Clar. Prof.*ri *D.*ri *Eq. torq.* Jos. Guicciardio *dicata.*

Tortrix substrigana m., n sp.

(***Tortricidæ*** [*Tortricinæ*]). - Descr. prima.

Alæ anterioris longit.: mm. 7, ♂ *et* ♀. *Ambobus in colore structuramque alarum persi milibus: alis anticis elongatis, angustis, intense sulphureis, rufescenti-fasciatis et - maculatis fere eodem* (modo et colore) *ut in* Cacoecia Sbrigana *Hb. - In* ♀ *alæ anter. sunt vix pallidior., cum signaturis debiliorib., sed magis intensis:* subsanguineis. — Thorace *et* capite *sulphureis,* abdomine *grizescente. Alis post. albidis, dimidio anali parum infuscatis. Alis anticis subter et cruribus omnib et omnino lutescentibus.* — Certe non Cacoecia, sed prope *Tortricem steinerianam* Hb. ponenda: Tortrix est, stupenda!

Agro mutin, VIII. 06 — ♀ (311), ♂ (312) in coll. m.

GIACOMO G. BASSOLI.

Goniometro-abaco *per la rapida determinazione del passo delle eliche.* — Il sistema usuale di misurare la inclinazione di una pala d'elica a una distanza x dal centro e di determinare il passo di essa mediante la proporzione $2\pi x : \text{tang}\,\alpha = \pi\, d : p$ da cui $p = \frac{d\,\text{tang}\,\alpha}{2x}$ è alquanto lungo e approssimato, specialmente allorchè si tratta di collaudare eliche: se poi si tratta di eliche a passo variabile occorrono molte misurazioni, molti calcoli e molto tempo.

Trovandomi nel 1915 alla Direzione Tecnica dell'Aviazione Militare, ideai e feci costruire un semplicissimo goniometro-abaco, mediante il quale anche un soldato, dopo breve pratica, può fare rapidamente molte misurazioni, leggendo senz'altro il risultato. Tale goniometro è costituito da un'asta girevole che deve essere applicata all'elica e da una tavola sulla quale sono tracciate le linee che dànno i passi, alle diverse distanze dal centro: lungo l'asta si sposta un cursore munito di punta indicatrice, la cui coincidenza colle linee dà il passo. Lo strumento serve anche per determinare graficamente le inclinazioni che debbono avere alle diverse distanze dal centro le pale di un'elica qualunque, sia a passo costante, sia a passo comunque variabile.

Carrello diagrammatore *per prove statiche.* — Le deformazioni subite da un aeroplano rovesciato su sostegni opportuni e caricato con sabbia e le deformazioni permanenti dopo lo scarico offrono indicazioni molto utili circa la costruzione, la qualità dei materiali, la distribuzione degli sforzi, ecc. perciò nelle costruzioni in serie, se ne sottopone uno sopra un certo numero alla prova statica. Solitamente si attaccano delle stadioline nei nodi e nei ventri dei longheroni anteriori e posteriori poi si leggono: *a*) la posizione iniziale, *b*) lo spostamento sotto carico, *c*) lo spostamento residuo dopo lo scarico, rispetto a fili tesi orizzontalmente. Dalle diverse letture e dalle sottrazioni si ricavano poi i diagrammi. Tutto ciò comporta un numero grandissimo di letture, colla facilità di qualche

errore di lettura o di notazione e un tempo considerevole. Ideai perciò e feci costruire un carrello a quattro larghe ruote due delle quali, mediante ingranaggio, fanno girare un tamburo porta carta, in modo che la scala della lunghezza è ridotta a un decimo. Contro il tamburo vengono ad appoggiare, una alla volta, a scelta, tre pennine con inchiostri di diverso colore, solidali a una delle estremità di un pantografo di cui l'altra è mantenuta contro il longherone dell'aeroplano: il pantografo ingrandisce di dieci volte gli spostamenti verticali. Facendo scorrere tre volte il carello sotto l'aeroplano e cambiando la pennina si hanno così tre diagrammi di cui uno è in certo modo la linea di fede (aeroplano scarico) le altre dànno le deformazioni. Oltre il vantaggio del risparmio di molto tempo e di fatica si ha anche la possibilità di un più esatto apprezzamento delle deformazioni, chè col solito metodo delle stadioline si ha una spezzata, in corrispondenza soltanto dei nodi e dei ventri, anzichè una curva continua.

***Tensimetro** per fili e cavi.* — Sarebbe utilissimo poter far in modo che i fili e i cavi delle crociere avessero la stessa tensione, perchè a lungo andare i fili più tesi causano delle deformazioni o per un sopracarico improvviso più facilmente cedono e si spezzano: sono stati ideati diversi modi, persino uno basato sulla nota musicale che un delimitato tratto di filo emette quando è fatto vibrare, ma in pratica ci si affida all'apprezzamento personale dei montatori il che spesso implica che si hanno serie di fili e cavi molto tesi alternate a serie allentate, dovendo l'insieme delle parti essere conforme a certi dati. Ideai perciò e feci costruire un tensimetro costituito da un'armatura che porta due cilindretti fissi, a gola, distanti 20 cm. e nel punto di mezzo un cilindretto a gola, mobile a mano e a vite: questo è collegato alla molla di un dinamometro. Si appoggiano i cilindretti fissi a un tratto del filo o del cavo e si produce una deformazione costante di 0.5 cm. (segnalata da apposito indice) e si legge nel dinamometro la tensione. Una tavola annessa (che si usa soltanto quando i fili da confrontare sono di diametro diverso) dà le correzioni dovute alla diversità di diametro.

Esperienze sulla sfaldatura del Quarzo.

Nota di GABRIELE LINCIO

Il quarzo non presenta, com'è noto, sfaldatura regolare distinta. Vengono bensì annoverate sfaldature difficili, o molto difficili e rare, rispettivamente secondo *r* e *z*, ovvero secondo *m* e *c* (Notazione di Dana), ma, data appunto questa loro difficoltà e rarità, io le riterrei, fatta eccezione per quella secondo *r*, dovute più a piani casuali e saltuari di minor coesione, coincidenti con piani cristallografici, che non a leggi strutturali fisse. Detti piani possono presentarsi per inclusioni minutissime di varia natura disposte appunto in essi, o per inclusioni di sostanze congeneri difficilmente distinguibili, o per geminazioni parziali del cristallo, o infine per accrescimenti paralleli con interposizione di finissime e quasi invisibili sostanze estranee.

Così le sfaldature secondo *m* e *c* pel quarzo α sono da ritenersi del tutto improbabili. Riguardo a *c*, che non esiste come forma cristallografica, dovrebbe tanto meno esistere come forma di sfaldatura.

Le indicazioni di J. W. Judd (Min. Mag. 8, 1888, 1 e 10; 1893, 113), secondo le quali il quarzo, sottposto a pressione molto elevata, si romperebbe normalmente all'asse principale, si riferiscono alle varietà ametista ed al quarzo affumicato.

La presenza poi della base sui quarzi dei porfidi studiati da J. Lehmann (Verhdl. naturhist. Ver. Bonn. 34, 1877, 203) è con tutta probabilità da ascriversi a formazione di quarzo β.

Su cristalli purissimi di quarzo α, trigonale trapezoedrico, con elevate pressioni ed anche con altri metodi sperimentali io non ottenni mai neppure un accenno a sfaldature secondo *m*, *c* o *z*, e riscontrai la sola sfaldatura difficile e concoidale secondo la *r*, come apparirà dai risultati degli esperimenti che passerò a descrivere.

Verificai la sfaldatura su grandi cristalli di *quarzo di Brusson, Valle d'Aosta.* È degno di nota il fatto che taluni di essi si mostrano rotti e poi risanati ed anche accresciuti in modo evidente. Contemporaneamente al loro risanamento ed accrescimento o al volgere di questi al termine, essi sono stati ricoperti di limonite. Se si rimove con acido la limonite dalla superficie del cristallo, questa appare zigrinata: le facce del prisma in modo finissimo, sì da restare opache e quelle dei romboedri zigrinate a lucido sì da essere trasparenti ma non da riflettere ben distintamente una imagine luminosa. Resti di pirite e qualche cristallo della stessa solo parzialmente alterato ci spiegano l'origine della limonite, entro la quale si trovano. Perciò noi possiamo ritenere che il quarzo originale di Brusson, il quale ha origine filoniana, con tutta probabilità al pari del quarzo risanato, accresciuto con abito cristallografico eguale a quello preesistente, e ricoperto da limonite in una seconda fase d'attività filoniana preceduta da azioni dinamiche, siasi formato a relativamente bassa temperatura (sotto i 570°C), come lo esige anche la possibilità di formazione della limonite stessa.

Orbene scelto uno di tali cristalli di quarzo α, che all'interno era limpidissimo ed era delimitato dalle facce del prisma e terminato ad un polo da una sola grande faccia $r = (10\bar{1}1)$, trovai che la sfaldatura parallela a detta faccia si otteneva facilmente vibrando con un piccolo martellino un colpo deciso e secco sulla $m = (\bar{1}010)$ ad un paio di centimetri di distanza dallo spigolo $(10\bar{1}1 : \bar{1}010)$. La direzione del colpo veniva mantenuta nel piano normale a detto spigolo. Vedremo in seguito perchè ho dato tali precise indicazioni sul modo di sfaldare il cristallo secondo la faccia r esistente. Anche da altri cristalli d'abito più completo e della stessa località ottenni conferma per tale unica sfaldatura.

In un altro caso mentre levigavo con una mola di smeriglio alcune facce parallelamente a quelle naturali esistenti sur un cristallo d'*ametista brasiliana,* d'abito r grande dominante e z piccolo, sviluppati solo ad un polo, osservai che, per la grana piuttosto grossa della mola e per la sua grande velocità (azionata elettricamente), si otteneva buon rendimento di lavoro, ma con sviluppo di luce e di tale calore che, coadiuvato dagli urti dei grani della mola stessa, cagionò la fessurazione del cristallo. I piani delle varie fessure si mostrarono paralleli precisamente o davvicino alla direzione della faccia r. Qui naturalmente si tratta d'un caso a sè e più complicato, mostrando il cristallo l'accrescimento zonare lamellare tipico per l'ametista. Ad ogni modo, anche per l'ametista, io osservai qui la sola sfaldatura secondo r.

Per l'interesse che mi presentava la questione della sfaldatura del quarzo, provai altri metodi di sperimentazione.

Anzitutto ricorsi al *metodo,* indicato da MALLARD, di comprimere lamine sottili di quarzo, tagliate parallelamente a c' e normalmente ad m cioè lamine parallele alla $a = (11\bar{2}0)$, mediante un ago mantenuto verticale al piano delle lamine stesse. Non ottenni risultati costanti di conferma e provai inoltre le difficoltà di levigare sezioni sottili mantenendo inalterati i contorni del cristallo, necessari per riferirvi le direzioni di sfaldatura ottenute. Notai inoltre che, forse per l'inevitabile influenza deformatrice della lavorazione meccanica, si hanno sovente sfaldature irregolari, pur essendo il materiale omogeneo e privo di qualsiasi geminazione.

Nè più regolari, nè più costanti comprove mi diede il *metodo della perforazione con la scintilla elettrica* su varie lamine nell'aria o mantenute immerse in petrolio. Qui lo spessore della lamina da perforare va adattato per di più alla potenzialità della macchina elettrica.

I risultati più costanti, per plenaria occorrenza delle facce di sfaldatura sui singoli individui esaminati, vennero ottenuti col *metodo della tempera* su cristalli a facce naturali *e* con quello *della compressione* su cristalli foggiati a sfera.

Metodo della tempera: Riscaldai i cristalli a 200°C e li raffreddai di colpo a —30°C.

Feci un primo esperimento con un *cristallo di topazio,* d'abito prismatico, proveniente da Nayejo, Giappone, coll'intento di osservare come si comportava alla tempera un minerale di tipica e perfetta sfaldatura. Il cristallo temprato si mostrò esteriormente intatto e solo percorso tanto sul prisma quanto sulle facce terminali da minutissime e saltuarie fessure che si estendevano più o meno verso l'interno quali piani regolarissimi e paralleli alla base.

Allora applicai lo stesso procedimento a *cristalli di quarzo* di diverse località: Herkimer, Carrara, del Bolognese e ad altri provenienti da geodi di granito di ignota località.

Detti cristalli vennero scelti possibilmente privi di inclusioni, regolarmente sviluppati con r dominante e z in sott'ordine, privi di geminazione e d'abito tale da potervi determinare la qualità della polarizzazione rotatoria.

Due sfere di qnarzo, orientabili con le figure di corrosione previamente ottenute mediante acido fluoridrico freddo, vennero allo stesso modo e contemporaneamente cogli altri cristalli sottoposte alla tempera.

Tutti questi cristalli mostrarono in grado di maggiore o minor perfezione una sfaldatura parallela alle facce del romboedro *r*, ma nessuna traccia di altra secondo *z*, *m* o *c*.

La fessurazione corrispondente alla sfaldatura si mostra nel quarzo sulle varie facce (vedi figura schematica N. 1 per un cristallo levogiro), come nel topazio, in forma di fini lineette, ma i piani di sfaldatura si estendono per uno spazio molto minore verso l'interno del cristallo, cioè si mantengono nel sottile strato superficiale dello stesso.

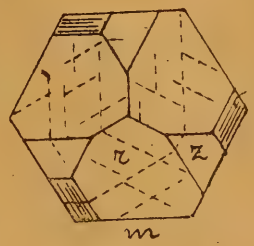


Fig. 1.

L'esame delle sfere di quarzo confermò le osservazioni fatte sui cristalli naturali.

Metodo della compressione. — Feci uso di una pressa ad olio, con la quale si poteva raggiungere una pressione totale di 10000 Kg. cioè 300 Atm. per cm.² della sezione del pistone. Ne provai il funzionamento con prismetti rettangolari di quarzo da me levigati.

Compressione	Base del prisma	Altezza del prisma	Resistenza della compressione	
				Winkelmann-Schott
parallela a *c*	4,50 × 4,80 mm.	4,40 mm.	18055 Kg. per cm.²	18160
normale a *c* ed al prisma (10$\bar{1}$0)	4,80 × 5,25 mm.	4,45 mm.	16002 » »	16000

Comunico tali risultati, che stanno in buon accordo con quelli ottenuti da A. Winkelmann ed O. Schott, « Wiedemann Annalen der Physik », Leipzig 1894, pag. 724.

Sottoposi pure alla compressione, normale alla (10$\bar{1}$0), un cristallo a facce naturali ed ottenni una faccia di sfaldatura secondo *r*. Questa si produsse ad un primo scricchiolio precedente la triturazione finale che suole venir avvertita da una specie di scoppio violento.

A questo punto passai allo studio del comportamento alla compressione di sfere di quarzo in analoghe condizioni di sperimentazione. Dette sfere, impostate su appositi sostegni, vennero orientate

esattamente per mezzo del conoscopio e delle figure e rilievi di corrosione previamente ottenuti con acido fluoridrico a freddo.

Una *prima sfera,* di 18,4 mm. di diametro, venne compressa normalmente all'asse *c* e segnatamente pure ad angolo retto alla $10\bar{1}0$ Al primo scricchiolio essa venne tolta dall'apparecchio. Essa aveva sopportato una pressione di 23685 Kg. per cm.^{2} e mostrava ai due poli compressi un'area circolare di schiacciamento e di triturazione di 2,5 — 3 mm. circa di diametro. Inoltre si sfaldò dalla sfera sulla posizione della $(10\bar{1}1)$ una grande faccia concoidale di circa 10 mm. di lunghezza, misurata in direzione del meridiano passante per i punti d'uscita delle normali delle facce $(10\bar{1}0)$ e $(10\bar{1}1)$, e di circa 7 mm. di larghezza massima in direzione ad angolo retto alla precedente. I contorni di detta faccia sulla sfera sono, corrispondentemente alla difficile sfaldatura, non molto regolarmente definiti.

Sulla posizione della $(\bar{1}011)$ si sfaldò pure una faccia di 7,5 × 5 mm., di dimensioni, forma e disposizione analoghe alla precedente. Le altre facce *r* presso la $(10\bar{1}0)$, cioè $(1\bar{1}0\bar{1})$ e $(01\bar{1}\bar{1})$, e quelle presso la $(\bar{1}010)$, cioè $(0\bar{1}11)$ e $(\bar{1}101)$, si presentano quali finissime fessure che mostrano i colori di Newton per lamine sottili e che si stendono pure come piani concoidali nell'interno della sfera sulle posizioni cristallografiche loro proprie.

Una *seconda sfera,* di diametro 18,2 mm., compressa parallelamente all'asse *c* con un carico che arrivò a 26316 Kg. per cm.^{2} e tolta tosto dall'apparecchio, mostrò le su indicate fessure di sfaldatura secondo $(10\bar{1}1)$ in modo completo e regolarissimo, tre eguali ad ognuno dei due poli compressi.

Si comprende che qui, essendo le facce della $(10\bar{1}1)$ egualmente inclinate rispetto alla direzione di pressione, l'effetto della sfaldatura abbia ad essere eguale, mentre sulla prima sfera questo non era il caso.

Come la durezza varia col variare della direzione sulla stessa faccia cristallografica, così si richiede un diverso carico per ottenere una data sfaldatura a seconda dell'inclinazione del piano di sfaldatura rispetto alla direzione di pressione ed anche a seconda della direzione cristallografica lungo la quale si esplica la pressione stessa. Con le esperienze su solidi foggiati a sfera va tenuto conto che solo una piccola area viene direttamente compressa ai due poli, area riconoscibile dalle impronte lasciate dalla sfera sui cuscinetti d'acciaio. Così, comprimendo la stessa sfera lungo la normale alla (0001) o lungo la normale alla $(10\bar{1}0)$, si ha che la faccia $(10\bar{1}1)$ di

sfaldatura fa con la direzione di compressione nel primo caso un angolo di 38°13′ e nel secondo uno di 51°47′. La stessa faccia di sfaldatura secondo $(10\bar{1}1)$ a partire nel primo caso dal polo della (0001) si stenderebbe buon tratto oltre l'equatore della sfera, mentre nel secondo caso essa partendo dal polo della $(10\bar{1}0)$ non arriverebbe neanche al polo della (0001).

Alla maggiore area della faccia da sfaldare nel primo caso corrisponde una maggior forza totale di coesione da vincere col carico comprimente, per la minore area nel secondo caso basta invece un carico minore per vincere la rispettiva forza totale di coesione della faccia.

Metto a raffronto nella tabella seguente i dati d'esperienza sulle due sfere di quarzo sopra descritte e vi aggiungo quelli di una terza sfera compressa parallelamente all'asse *c* e caricata fino a frantumazione.

Una quarta sfera, compressa normalmente alla $(10\bar{1}1)$, diede pure conferma per un'unica sfaldatura secondo *r*.

Sfera di quarzo diametro in mm.	Compressione	Kg. per cm.²
18,4	normale a $(10\bar{1}0)$	23685 carico per sfaldatura
18,2	parallela all'asse *c*	26316 » » »
18,4	parallela all'asse *c*	28947 carico di rottura

Paragonando questi dati con quelli corrispondenti ottenuti sui prismi, si vede subito la maggior resistenza opposta alla compressione dalle sfere in causa del rivestimento sferico attorno al cilindro ideale interno, delimitato dalle due basi circolari direttamente compresse.

Una certa difficoltà si incontra nello stabilire l'area compressa sulla sfera. Essa è solo desumibile dagli incavi lasciati sui cuscinetti d'acciaio. Siccome però da osservazioni fatte con materiali diversi risulta che il cuscinetto inferiore, come quello che poggia sul pistone mobile della pressa e ne subisce direttamente gli urti, viene maggiormente incavato che non il cuscinetto superiore fisso

nel telaio; e siccome anche la faccia inferiore del solido compresso si sgretola più presto che non la superiore, appare evidente una distribuzione ineguale di carico sulle due facce parallele compresse e così diventa incerto il valore da attribuire all'area dell'incavo. La ripartizione del carico sulla superficie compressa della sfera e quindi il calcolo del carico per cm.^{2} indicato nell'ultima tabella, vanno considerati come approssimativi e con un valore di semplice orientamento. L'esperienza del resto non era impostata a tale intento e sono pure note le non lievi oscillazioni che si riscontrano nel determinare la resistenza di materiali. Vedi su tale argomento anche F. Rinne, « C Bl. für Min. Geol. etc. », 1902; « Bemerkungen über die Druckfestigkeit einiger Quarzwürfel ».

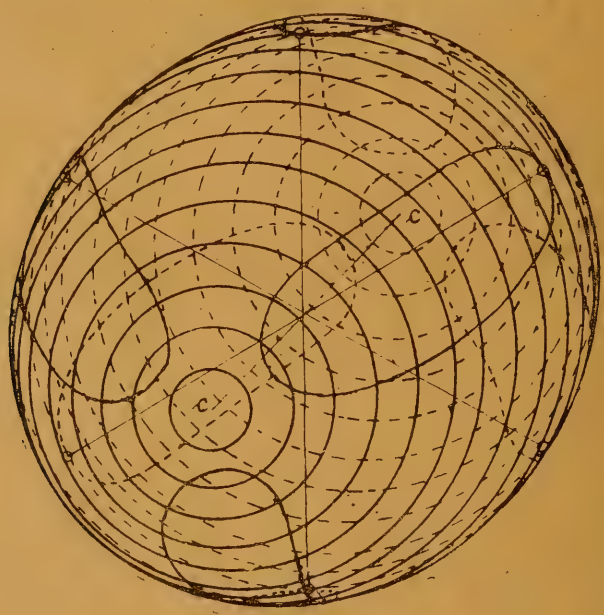


Fig. 2.

Lo schizzo fig. 2 mostra una sfera di quarzo con sfaldatura secondo la $r = (10\bar{1}1)$. Disegnai le facce di sfaldatura in modo che giungessero solo fino all'equatore, cioè le allontanai dal polo (0001) spostandole parallelamente verso l'esterno, affinchè non coprissero nella proiezione un troppo vasto spazio andando dal polo fino oltre l'equatore.

Dalle osservazioni concordi succitate si può ritenere che la direzione di minima coesione nel quarzo sia la normale alla $(10\bar{1}1)$, faccia di sfaldatura difficile e concoidale.

Prof. ZANNINI PROSPERO

Sull'esistenza di Apofisi Clinoidee nella sella turcica di un cavallo

È noto che nell'uomo la sella turcica, cioè quella escavazione profonda che esiste nella faccia cerebrale del corpo dello sfenoide, e nel cui fondo si adagia la ghiandola pituitaria o ipofisi, è limitata ai suoi quattro angoli da quattro sporgenze conosciute sotto il nome di apofisi clinoidee (da κλίνη, letto e εἶδος - forma) anteriori e posteriori, fra le quali talora si innalza un' apofisi clinoidea media.

In certi casi quest' ultima può elevarsi fino all' apofisi clinoidea anteriore o posteriore, costituendo un canale attraverso il quale passa poi la carotide interna, per la qual cosa si denomina carotico-clinoideo; come pure può vedersi l' apofisi clinoidea anteriore saldarsi colla posteriore formando così ai lati della sella turcica degli orifizii sopranumerari. (Testut vol. I, pag. 148).

D' altronde pure è noto che nel cavallo la faccia endocranica del corpo dello sfenoide è sprovvista di apofisi clinoidee.

A conforto di questa affermazione basterà rammentare che nel classico trattato di Chauveau è scritto: « Le apofisi clinoidee che si osservano nell' uomo in corrispondenza degli angoli della fossa pituitaria, sia in avanti che in indietro, mancano nel cavallo ». (Vol. I, pag. 117 Trad. Mongiardino, 1900), e che Franck afferma in calce alla pag. 106 (1883) « una così detta apofisi clinoidea anteriore (Sattelknopf) non esiste in tutto il genere equino ».

Frattanto i rimanenti Autori su ciò non fanno alcun accenno. Pur tuttavia è da questi stessi scrittori che apprendiamo, per esempio, come nei bovini quattro piccoli tubercoli appuntiti (Chauveau) o due soltanto (Franck) ricordino il vestigio delle apofisi clinoidee, solo limitate alle posteriori nella pecora (Chauveau) e nel maiale (Chauveau e Bourdelle), alle anteriori nella cavia (Alezais) [1]), d'al-

[1]) Alezais — *Étude Anatomique sur le Cobaye*, I.° fasc. Paris, 1903, pag. 28.

tronde palesemente spiccate, tanto in avanti che in indietro, nei carnivori (Franck, Chauveau, Bossi).

Talchè non è privo di interesse il richiamare l'attenzione degli studiosi sopra alla possibilità di scoprire anche nello sfenoide del cavallo delle vere apofisi clinoidee.

Noi ne conserviamo un magnifico esemplare, la cui importanza fu messa in evidenza in questi giorni, durante una serie di indagini da noi eseguite sopra i crani della raccolta del nostro Museo Anatomico, allo scopo di controllare il modo di regredire e la eventuale persistenza del canale cranio-faringeo negli equini [1]).

Eccone la descrizione.

Il cranio, oggetto di questa breve memoria, apparteneva ad un cavallo di sesso femminile, dell'età di anni 12, e di mole piuttosto cospicua.

Esso fu da noi già sfruttato per l'eccezionale particolarità di possedere la completa persistenza del canale cranio-faringeo in proporzione e con caratteri degni di studio.

In questo esemplare, la sella turcica spicca notevolmente, sia perchè ben delimitata dalle parti vicine, sia perchè all'indietro appare munita di un alto orlo che ricorda il dorso della sella stessa, così sviluppato in alcune specie animali.

Frattanto la particolarità che più di ogni altra cosa fa risalto, è offerta da due laminette ossee che si staccano aboralmente dagli estremi del solco del chiasma estendendosi a mò di coperchio sulla volta dell'entrata dei condotti sopra-sfenoidali per coprire in parte la porzione orale della doccia cavernosa.

Queste lamelle ossee, che appartengono quindi alle ali orbitali, hanno forma triangolare, colla base rivolta in avanti e l'apice all'indietro, e sono depresse dal di sopra al di sotto.

La lamella sinistra misura alla base mm. 4, e mm. 5 di lunghezza, dalla base all'apice. Essa, coi suoi margini concavi medialmente e col suo apice arrotondato a spese del bordo laterale, assume aspetto di dente.

Per contro la lamella destra ha dimensioni più esigue, misurando 4 mm. alla base e mm. 3 di lunghezza. I suoi margini irregolari ed interrotti le impartiscono sembianza seghettata.

Non vi è dubbio che queste lamine ossee rappresentino un vestigio di apofisi clinoidee.

---

[1]) Zannini P. — *Il canale cranio-faringeo del cavallo* — Anatomischer Anzeiger. — 1922.

Sono quindi omologhe delle apofisi clinoidee anteriori dell'uomo, dei bovini, dei carnivori, della cavia ecc.

D'altra parte, per dovere di osservazione, aggiungiamo ancora che a metà circa dell'orlo laterale sinistro della sella turcica di questo esemplare, si eleva per un millimetro e mezzo una sporgenza tagliente, diretta verso la rispettiva apofisi clinoidea anteriore, che deve interpretarsi come un vestigio di apofisi clinoidea media.

Vi è quindi anche nel nostro soggetto un tentativo di congiunzione fra l'apofisi clinoidea media e l'anteriore, congiunzione che, come dicemmo, allorquando si effettua, origina un canale detto, nell'uomo, carotico-clinoideo.

Concludiamo perciò:

1.° Nel cavallo, per eccezione, in corrispondenza degli angoli anteriori della sella turcica possono scoprirsi due apofisi clinoidee, rappresentate da lamelle ossee triangolari e ben sviluppate.

2.° Contemporaneamente, nella lunghezza dei bordi laterali della sella turcica, talora è dato riscontrare il vestigio di una piccola apofisi clinoidea media.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Albo Sociale . . . . . pag. II

Elenco degli Istituti scientifici che ricevono gli « Atti » della Società con l'indicazione delle pubblicazioni che mandano in cambio . . . . . » IV

ZANNINI PROSPERO — Sopra il *Canalis basilaris medianus occipitalis* (*Gruber*) negli equini . . . . . » 1

CHISINI OSCAR — Sul teorema di Noether relativo alla decomponibilità di una trasformazione cremoniana in un prodotto di trasformazioni quadratiche . . . . . » 7

TERRACINI ALESSANDRO — Su due problemi, concernenti la determinazione di alcune classi di superficie, considerati da G. Scorza e da F. Palatini . . . . . » 14

MINOZZI C. — Res Mutinenses . . . . . » 28

TERRACINI ALESSANDRO — Sulle superficie i cui spazi osculatori presentano particolari incidenze coi piani tangenti o fra loro » 34

ZAVATTARI EDOARDO — È l'ipergamesi un fenomeno frequente negli insetti? . . . . . » 59

COLOMBA LUIGI — Sopra alcuni notevoli cristalli di magnetite di Traversella (Piemonte) . . . . . » 69

BIANCHI G. — Sull'Anidrometilencitrato di Esametilentetrammina » 72

COSTANTINI ALESSANDRO — Hypsolophus turatiellus n. sp. . . . . » 76

ID., Novae aut subnovae species. Leyidopterorum . . . . . » 78

BASSOLI G. GIACOMO — Goniometro - abaco — Carello diagrammatore — Tensimetro . . . . . » 80

LINCIO GABRIELE — Esperienze sulla sfaldatura del Quarzo . . . » 82

ZANNINI PROSPERO — Sull'esistenza di Apofisi Clinoidee nella sella turcica di un cavallo . . . . . » 89

PUBBLICAZIONI DELLA SOCIETÀ DEI NATURALISTI E MATEMATICI DI MODENA

Serie I — Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, Anno I-VII (1866-1873)
Serie II — Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, Anno VIII-XV (1874-1882)
— — Indice Generale dell' Annuario, I.ª e II.ª Serie, Anno I-XV (1882)
Serie III — Atti della Società dei Naturalisti di Modena: Rendiconti delle Adunanze, Vol. I-III (1883-1887) Memorie, Vol. I-VI (Anno XVI-XXI) (1883-1887)
— — Atti della Società dei Naturalisti di Modena, Vol. VII-XVI (Anno XXII-XXXI) (1888-1898)
— — Indice Generale degli Atti, III.ª Serie, Anno XVI-XXXI, 1899.
Serie IV — Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena, Vol. I-XII (Anno XXXII-XLVI) (1899-1913)
Serie V — Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena, Vol. I-V (XLIX-LI).

I Rendiconti delle adunanze della Società fino all' anno 1881 sono pubblicati nei Volumi dell' Annuario, Serie I e II. Quelli degli anni 1882-87 sono pubblicati a parte nella Serie III, Rendiconti, Vol. I-III. I processi verbali delle adunanze tenute dal 1888 al 1898 sono inseriti nella Serie III, Atti, Vol. VII-XVI. Dal 1899 al 1904 furono tenute solo sei adunanze, i cui processi verbali non sono pubblicati.

Nel Vol. XII della Serie IV sono dati i sunti dei Rendiconti delle adunanze tenute, dopo l' andata in vigore del nuovo Statuto della Società, negli anni 1905-09. E nello stesso Vol. e nei successivi son pubblicati in esteso i Rendiconti delle Sedute della rispettiva annata.

Estratti dall' « Annuario » e dagli « Atti »:

G. Gibelli e R. Pirotta — Flora del Modenese e del Reggiano (con Appendice) 1882.
G. Gibelli e R. Pirotta — I.° Supplemento alla Flora del Modenese e del Reggiano, 1884.
A. Mori — II.° Supplemento alla Flora del Modenese e del Reggiano, 1886.
Indice alfabetico dei generi di piante citati nelle predette memorie, 1887.
A. Fiori — Muschi del Modenese e del Reggiano.
F. Saccardo e A. Fiori — Contribuzione alla Lichenologia del Modenese, 1895.
Contribuzione alla Fauna del Modenese edita a cura della Società dei Naturalisti di Modena, Vol. I (Introduzione — I-VIII: Discofori, Molluschi, Lepidotteri, Coleotteri, Vertebrati) 1877-1884, pagg. XLIII, 332.
Id. Vol. II (IX-XXII: Protozoi, Libellulidi, Ortotteri, Lepidotteri, Coleotteri, Imenotteri, Rincoti) 1882-1899, pagg. 372.

Per commissioni dirigersi direttamente al Segretario della Società: dott. Giacomo G. Bassoli, Modena, R. Università.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01366 4875